

DOI: 10.11779/CJGE2020S2008

高填方土石料强夯加固范围的理论方法及应用研究

吴帅峰¹, 杜继芳^{2*}, 魏然¹, 魏迎奇¹, 肖建章¹, 严俊¹

(1. 中国水利水电科学研究院流域水循环模拟与调控国家重点实验室, 北京 100048; 2. 山东工商学院管理科学与工程学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 强夯法在高填方加固中广泛应用, 而基于理论计算的加固范围确定方法很少, 且对于描述横向加固宽度的方法更少, 而加固深度和宽度是进行强夯设计的关键。基于此, 建立了基于随机介质理论的强夯内部沉降计算方法, 模型仅含有影响角 β 和压缩系数 η 两个参数; 通过承德机场土石料强夯现场试验表明, 该模型能很好地计算土体内部沉降量; 同时, 提出了临界沉降量的概念, 并确定出无黏性土石料的临界沉降量为 0.04 m; 最后, 结合临界沉降量给出了基于夯坑深度的强夯加固范围的快速查图结果。实现了强夯加固理论方法的创新和快速推广应用, 为相关工程提供直接参照结果。

关键词: 强夯; 内部沉降; 加固范围; 随机介质; 查图

中图分类号: TU472

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2020)S2-0043-07

作者简介: 吴帅峰(1988—), 男, 河南登封人, 博士后, 高级工程师, 主要从事大坝岩土工程与冲击动力学等方面的研究。E-mail: wusf@iwhr.com。

Theoretical method and application of dynamic consolidation range of high fill earth and stone

WU Shuai-feng¹, DU Ji-fang², WEI Ran¹, WEI Ying-qi¹, XIAO Jian-zhang¹, YAN Jun¹

(1. State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China; 2. School of Management Science and Engineering, Shandong Technology and Business University, Yantai 264005, China)

Abstract: The dynamic compaction method is widely used in high fill reinforcement, but there are few methods to determine the reinforcement range based on the theoretical calculation, furthermore, there are fewer methods to describe the transverse reinforcement width. However, the reinforcement depth and width are the key to the dynamic compaction design. On this basis, the method for calculating the internal settlement of dynamic compaction based on the random medium theory is established. The model only contains two parameters, i.e., the influence angle β and the compression coefficient η . The field tests on dynamic compaction of earth and stone in Chengde Airport shows that the model can be used to calculate the internal settlement of soils. The concept of the critical settlement is put forward, and the critical settlement of cohesionless earth rock materials is determined to be 0.04 m. Finally, the fast chart results of dynamic consolidation range based on the depth of ramming pit are given. The proposed method realizes the innovation and rapid application of dynamic consolidation theory and method, and provides direct reference results for the related projects.

Key words: dynamic compaction; internal settlement; reinforcement range; random medium; chart checking

0 引言

强夯是对大面积地基加固的经济、高效的处理方法, 可显著提升地基承载力, 又具备适用广、作业简单、效果好的优点^[1-5]。1975年, Menard首次将该方法应用于路基加固工程中, 并提出了加固深度的计算方法——Menard公式^[6]。随着强夯工法的推广, 诸多学者在实际应用计算中发现 Menard公式计算值普遍大于实际值, 对此在 Menard公式的前加上浮动的折减系数^[7-8]。同时, 相关研究者也在试图提出新的加固

范围计算方法, 如 Chow^[9]通过分析强夯应力应变关系, 采用一维波动方程研究加固深度。Pourjenabi等^[10]利用数值计算方法研究强夯动态过程, 以描述加固范围的确定。

而这些相关研究所提的加固范围计算方法多以经

基金项目: 中国水利水电科学研究院基本科研业务费项目 (GE0145B412019); 国家自然科学基金项目 (U19A2049)

收稿日期: 2020-08-07

*通信作者 (E-mail: dujifang@sdutb.edu.cn)

验公式为主, 缺乏对土料性质的考虑, 对加固宽度的考虑也不足, 在应用形式上较为纷繁复杂, 不能较好地推广使用。

本文引入了随机介质理论来描述强夯引起的沉降与加固范围计算, 该理论最初是用于计算开挖一定深度后地层的沉降^[11-12], 如开采沉降。而对于无黏性土石料强夯工程, 虽然受力形式不同, 但其沉降过程与开采沉降规律相同。基于此, 本文提出了一个计算强夯内部沉降的模型, 该模型根据土石料性质确定了两个参数, 在提出临界沉降量的概念的基础上将计算结果与已有资料进行比较, 并进行现场试验, 验证了该模型的适用性。

1 强夯内部沉降计算模型

1.1 随机介质理论概述

在欧拉坐标系中, 假设 dx 的变形概率密度函数为 $f(x^2)$, 该函数曲线关于 z 轴对称。因此, dx 变形概率可以表示为

$$P(dx) = f(x^2)dx \quad (1)$$

对于一个无限小的以 $A(x, y, z)$ 为中心的微平面 $ds=dx dy$, 变形的概率可以表示为

$$P(ds) = P(dx)P(dy) = f(x^2)f(y^2)ds \quad (2)$$

将坐标系沿着 z 轴进行旋转 $(x, y, z) \rightarrow (x_1, y_1, z)$, 式(2)可以变为

$$P(ds) = P(dx_1)P(dy_1) = f(x_1^2)f(y_1^2)ds \quad (3)$$

假设在新坐标系中 x_1 轴过 A 点, 则

$$x_1^2 = x^2 + y^2, \quad y_1 = 0 \quad (4)$$

$$f(x^2)f(y^2) = f(x_1^2)f(y_1^2) = cf(x^2 + y^2), \quad (5)$$

式中, c 为常数。

通过对式(5)两侧进行微分, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} f(y^2) \frac{\partial f(x^2)}{\partial x^2} &= c \frac{\partial f(x^2 + y^2)}{\partial (x^2 + y^2)} \frac{\partial (x^2 + y^2)}{\partial x^2} = c \frac{\partial f(x^2 + y^2)}{\partial (x^2 + y^2)} \\ f(x^2) \frac{\partial f(y^2)}{\partial y^2} &= c \frac{\partial f(x^2 + y^2)}{\partial (x^2 + y^2)} \frac{\partial (x^2 + y^2)}{\partial y^2} = c \frac{\partial f(x^2 + y^2)}{\partial (x^2 + y^2)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

因此,

$$\frac{1}{f(x^2)} \frac{\partial f(x^2)}{\partial x^2} = \frac{1}{f(y^2)} \frac{\partial f(y^2)}{\partial y^2} \quad (7)$$

式(7)表明, 公式两侧计算与 x 和 y 无关。令

$$\frac{1}{f(x^2)} \frac{\partial f(x^2)}{\partial x^2} = k_1^2 \quad (8)$$

通过积分, 可以得到解:

$$f(x^2) = k_2 e^{-k_1^2 x^2} \quad (9)$$

式中, k_1 和 k_2 为与深度 z 有关的参数。因此, 微面 ds 的变形概率为

$$P(ds) = f(x^2)f(y^2)dx dy = k_2^2 e^{-k_1^2 (x^2 + y^2)} dx dy \quad (10)$$

假设土体在强夯过程中没有只发生形变, 没有发生压缩, 则总变形应该与夯坑内部的下沉单元相等, 因此,

$$V_e = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x^2)f(y^2)dx dy = 1 \quad (11)$$

通过求解, 可以得到

$$k_2^2 = \frac{\pi}{k_1^2} \quad (12)$$

基于随机介质理论的定义, 参数 k_1 可以表示为 $r(z)$, 也可以称之为影响半径, 计算公式为

$$r(z) = \frac{z}{\tan \beta} \quad (13)$$

式中, z 为 ds 的深度, β 为影响角。

因此, 夯坑内单元下沉引起的变形可以表示为

$$W_e = \frac{1}{r^2(z)} \exp \frac{-\pi(x^2 + y^2)}{r^2(z)} \quad (14)$$

1.2 计算模型

假设地基平面是平整的, 夯锤的地面为光滑的圆形, 强夯计算模型如图1所示。由冲击形成的夯坑为圆台型(图2), 强夯的过程被简化为一个轴对称问题。为了计算的简便, 只计算 zox 坐标系中的变形。

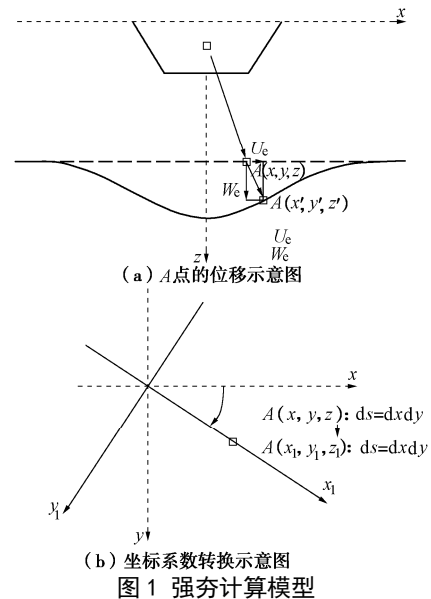


Fig. 1 Computational model for dynamic compaction

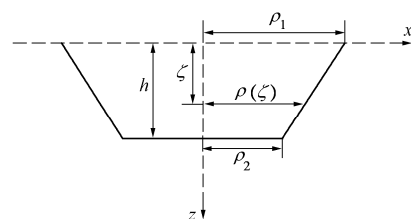


图2 强夯过程中圆形夯锤产生的夯坑横截面示意

Fig. 2 Cross section of ramming pit produced by circular rammer during dynamic compaction

夯坑中单元下移引起的 A 点的位移可以分成两部分: 竖直位移和水平位移 (图 1 (a) 中的 W_e 和 U_e)。竖向的位移在现场检测起来要比水平位移更加方便。因此, 在本文中, 只考虑竖向位移的变化, 忽略水平方向的位移。以 z 轴为对称轴, 对于夯坑中一个以 (x_e, y_e, z_e) 为中心的单元 $dx_e dy_e dz_e$, 其引起 $A(x, y, z)$ (图 1 (b)) 的位移可以表示为

$$W_e = \frac{1}{r^2(z-z_e)} \exp \frac{-\pi[(x-x_e)^2 + (y-y_e)^2]}{r^2(z-z_e)} dx_e dy_e dz_e. \quad (15)$$

由夯坑引起的位移可以通过积分获得

$$W(x, y, z) = \iiint_{\Omega} \frac{1}{r^2(z-z_e)} \exp \frac{-\pi[(x-x_e)^2 + (y-y_e)^2]}{r^2(z-z_e)} dx_e dy_e dz_e, \quad (16)$$

式中, Ω 代表夯坑中的区域。

夯坑的坐标系从直角坐标系转换为柱坐标系, 夯坑中的单元表示从 $dx_e dy_e dz_e$ 变为 $\rho d\theta d\rho d\zeta$ 。如图 2 所示, 夯坑的几何参数为夯坑深度 h 和在 $(0, h)$ 范围内任意的深度值 ζ ; 夯坑的横截面是一个梯形, 不同深度的半径可以表示为 $\rho(\zeta)$, 计算公式为

$$\rho(\zeta) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)\zeta/h. \quad (17)$$

式中, ρ_1 和 ρ_2 分别为夯坑顶部和底部的半径。

任一深度产生的位移量的表达式为

$$W(x, z) = \eta \int_0^h \int_0^{\rho(\zeta)} \int_0^{2\pi} \frac{1}{r^2(z-\zeta)} \exp(-\pi \frac{(x-\rho \cos \theta)^2 + (0-\rho \sin \theta)^2}{r^2(z-\zeta)}) \rho d\theta d\rho d\zeta \\ = \eta \int_0^h \int_0^{\rho(\zeta)} \int_0^{2\pi} \frac{\tan^2 \beta}{(z-\zeta)^2} \exp(-\pi \tan^2 \beta \frac{(x-\rho \cos \theta)^2 + (\rho \sin \theta)^2}{(z-\zeta)^2}) \rho d\theta d\rho d\zeta. \quad (18)$$

式中 η 为压缩系数; β 为影响角; ζ 为范围内任意的深度值; 不同深度的半径可以表示为 $\rho(\zeta)$; ρ 为夯坑内部任意 ζ 深度的半径。

强夯可以让土体更加密实, 因此, 为了体现土体的压缩, 在式 (15) 中引入了一个压缩系数 η 。

影响角 β 可以体现深度 z 处的土体性质, 而施工场地的土体可以简单地看成各项同性, 因此, 在同一场地, 影响角可以当成为一常数。对于强夯来说, 冲击能量的扩散角是影响加固范围的一个重要因素。因此, 在本文中, 用能量的扩散角作为影响角进行计算。根据姚仰平等^[13]研究, 强夯冲击能在碎石土中的扩散角为与水平成 30° , 因此, 在后面的计算中影响角 β 取 30° 进行计算。因此, 在某一深度的变形值可以通过式 (15) 进行计算, η 为唯一的未知量。

η 的取值可以通过最小二乘法确定, 计算公式为

$$R(\eta) = \sum (W_i - W_i^*)^2, \quad (19)$$

式中, W_i 和 W_i^* 分别为计算和观测的沉降值。 $R(\eta)$ 越

小, 压缩系数 η 越接近目标值。

2 模型参数确定

2.1 试验设计

为率定土石混合料强夯内部沉降计算模型的参数取值, 结合承德机场项目, 试验模型以工程现场大型棱台体为试验区。试验区依托当地地形填筑, 西面紧靠山体, 北、东、南三面临空。

机场的地基填方石料就近山体爆破开采、填筑, 岩石类型以砂砾岩、安山岩等为主, 新鲜基岩的饱和抗压强度一般大于 30 MPa, 属硬质岩。

试验区的面积为 46 m × 56 m, 北、东、南三面临空, 西面紧靠山体。高填方体分层填筑形成 8 m 高台, 高台上底面积为 40 m × 30 m, 放坡比例为 1:2。根据试验经验, 1000 kN·m 能级的强夯所引起的振动衰减速度快, 在 15 m 的位置引起的表面振动速度小于 5 mm/s。为了消除边界的影响, 本次试验将填方区中心作为主要夯击点, 并在该夯击点下埋设传感器。

高台的填筑材料为就近山体爆破开采的土石混合料, 与实际工程一致。为了控制分层填筑的填料质量, 本次试验要求填料最大粒径不大于 80 cm, 含泥量 <10%, 采用堆填方法施工, 其中每层填料厚 1 m。试验前进行了粗粒料的颗粒分析试验, 填筑体自下而上第 1~8 层土石混合料的颗分如图 3 所示。

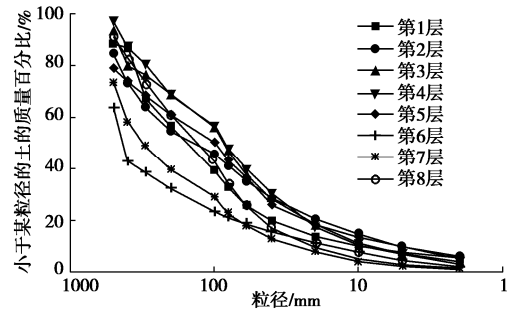


图 3 颗分曲线

Fig. 3 Grain-size distribution curves

从级配曲线判断, 填筑料属于以块石和碎石为主的碎石土, 其不均匀系数 C_u 范围为 15~25, 曲率系数 C_c 范围为 2~5.2, 属于非均匀不连续级配土。填筑体干密度范围为 1.53~2.42 g/cm³, 固体体积率为 64%~94%。

夯锤直径为 2.25 m, 质量为 19.52 t, 落距 6.0 m, 对应夯能为 1171 kN·m。本次试验共布置 6 个夯击点, 如图 4 所示, 其中 #7 夯击点对应的夯击次数为 20 击, #8 夯击点为 15 击, #0 夯击点为 9 击, #6 夯击点为 6 击, #9 夯击点为 3 击, 以期获取强夯过程中的变量。

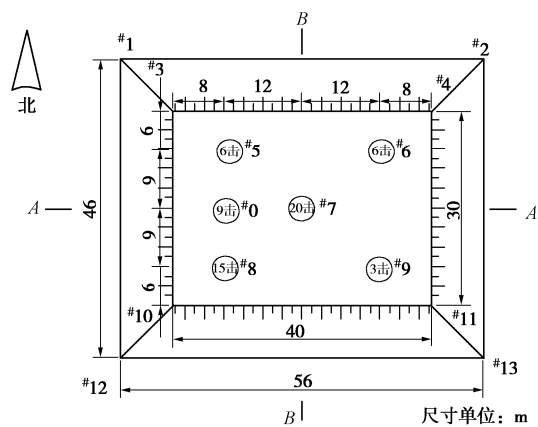


图 4 试验场地平面示意图

Fig. 4 Schematic plan of test site

利用水准仪测量夯击点在每一夯击作用后的高程。测点位置的选择合理，水准仪架立点和夯击点的距离不小于 50 m，以避免强夯过程中震动对测试精度的影响。

2.2 试验过程

为了能够准确地反映强夯引起的各层土体的下沉量，回填过程中，在填筑体内部 1.85，2.8，4 m 高度处分别布置了 3 层塑料薄膜（图 5），通过测量强夯前后薄膜的位移，确定内部分层沉降量，具体布置见图 5。强夯过程中进行空间振动速度测试，振动测试，在强夯的前后，进行了重型重力触探 N_{120} 和大体积密度测试，用以实际加固范围的确定。

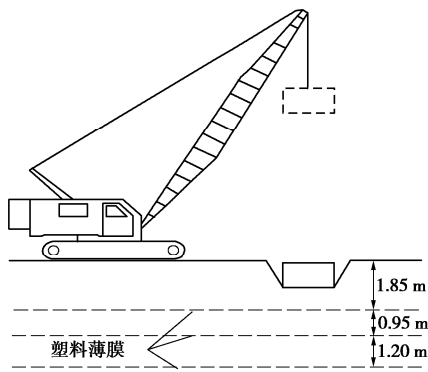


图 5 现场试验布置

Fig. 5 Layout of field tests

为精细测得填方土石料内部分层加固效果，进行试验前后对比检测，具体为：①试验前后在夯点附近同一距离处进行超重型动力触探试验；②试验过程中利用水准仪记录夯坑沉降量；③试验后对土体进行开挖，利用水准仪测量塑料薄膜位移的变化；④测量土石混合料强夯前后的干密度和固体体积率。

2.3 压缩系数的取值

式（18）中引入的压缩系数是本次试验土石料的

具体体现，根据式（19）可知，该参数由观测值和计算值的差方决定，观测值与计算值的结果见表 1。从表 1 中可以看出，计算值要明显大于观测值，这是因为在计算的过程中没有考虑压缩系数。通过式（19），采用最小二乘法，可以获得不同压缩系数所对应的 $R(\eta)$ 值，两者之间的关系见图 6。从图 6 中可以看出，当 $\eta = 0.65$ 时， $R(\eta)$ 的取值最小。将该值代入计算值可以得出最终的修正值，见表 1。

表 1 强夯引起位移量对比

Table 1 Comparison of displacements caused by dynamic compaction

深度 /m	结果	水平距离/m					
		0	1	2	3	4	5
1.86	计算值	42.00	29.27	9.62	1.59	0.16	0.00
	观测值	25.50	20.50	10.00	5.00	0.00	0.00
	修正值	27.30	19.03	6.25	1.03	0.10	0.00
2.80	计算值	18.80	15.90	9.69	4.29	1.40	0.35
	观测值	15.50	15.50	8.00	3.00	1.00	0.00
	修正值	12.22	10.34	6.30	2.79	0.90	0.23
4.00	计算值	8.88	8.22	6.50	4.41	2.57	1.29
	观测值	6.00	6.00	4.00	2.50	1.50	0.00
	修正值	5.80	5.40	4.20	2.90	1.67	0.84

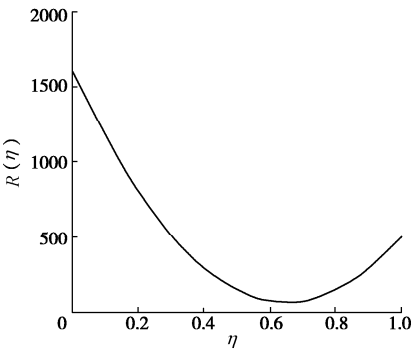


图 6 压缩系数 η 与最小方差 $R(\eta)$ 之间的关系

Fig. 6 Relationship between compression coefficient and minimum variance

3 基于随机介质理论的加固范围确定方法

3.1 临界沉降量概念的提出

从以上的分析可以看出，用该计算模型计算强夯是具有可行性的。但是，在计算过程中，存在的最主要的问题是：即使在无限远处，计算出的位移量仍不为 0。因此，该模型很难通过位移来确定影响的边界。为了解决这个问题，在该模型的计算中引入了临界沉

降量, 该参数的定义为: 当计算出的位移量超过该值时, 可以认为土体内部发生了有效的加固, 当计算出的位移量小于该值的时候, 可以认为土体只是受到强夯振动影响, 而没有产生有效的加固。为确定该临界沉降量的具体值需先确定实际的有效加固深度和范围, 图 7, 8 为强夯前后重型动力触探和大体积密度测试的结果。

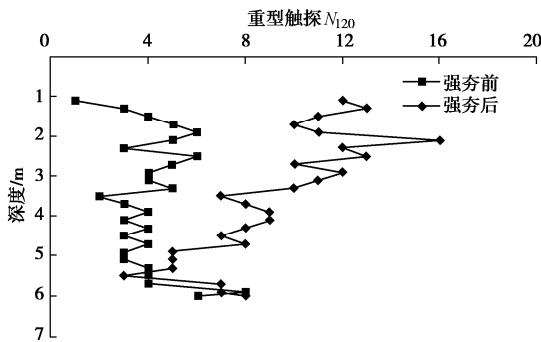


图 7 承德机场试验场地重型触探强夯前后对比

Fig. 7 Comparison of heavy penetration dynamic compaction before and after test site in Chengde Airport

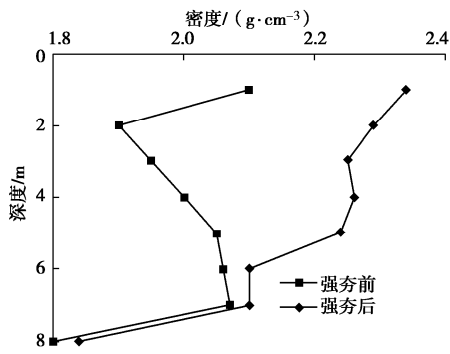


图 8 承德机场试验场地密度试验强夯前后对比

Fig. 8 Comparison of density tests before and after dynamic compaction in test site in Chengde Airport

根据重型动力触探和大体积密度测试的结果可以看出, 在深度约 5 m 处, 动力触探提升明显, 且密度大于 2.2 g/cm³, 可认为试验场地经过 1100 kN·m 强夯后, 有效加固深度大约为 5 m, 此时夯坑深度为 1 m。而在该深度, 模型计算出内部沉降位移量为 0.04 m。因此, 本文中, 强夯的加固边界所对应的临界竖向沉降量为 0.04 m。图 9 是按照该值进行确定的加固边界, 可以看出加固的区域类似于一个泡状, 加固宽度大约为 3 m, 该值与现场测试结果基本一致。从图中可以看出, 强夯的加固区域整体为一气泡状, 随着距离的增加, 区域也逐渐扩散。从图中确定的水平加固宽度大约为 3 m, 这与现场确定的加固宽度一致, 证明该计算模型的计算结果具有可靠性。

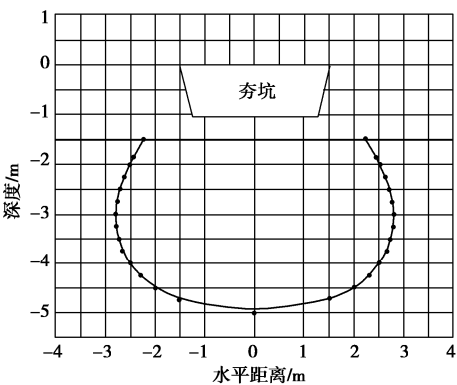


图 9 根据临界沉降量确定的强夯加固边界示意图 (线内区域为内部沉降量大于 0.04 m 的区域)

Fig. 9 Schematic diagram of dynamic consolidation boundary determined by critical settlement

采用临界沉降量作为加固范围的标称, 在本试验中采用的是 4 cm, 而此数值对应的是《建筑地基处理技术规范: JGJ79—2012》中散粒土在小于 4000 kN·m 的能级下的推荐止夯最后两击夯沉量 5 cm。

同时《建筑地基处理技术规范: JGJ79—2012》中所述强夯设计所用的加固范围的影响深度计算使用梅那公式:

$$H \approx k\sqrt{Mh} \quad (20)$$

式中, k 为经验系数, 取 0.34~0.8, M 为夯锤质量 (t); h 为落距 (m)。

由式 (20) 计算出的加固影响深度为 3.75~8.74 m, 在设计时支撑性较弱, 且为经验取值, 而本文中提出的加固范围计算方法为推导结果, 具有较好的参照和支撑性。

3.2 采用临界沉降计算加固范围的验证

强夯土体内部变形在现场试验中难以监测, 常规手段通常无法起到有效作用, 在相关文献和试验报告中也较少涉及, Ghassemi 等^[14]描述了现场强夯的试验过程, 给出了工程加固范围, 并进行了数值计算出强夯的内部沉降。对此, 利用此数据, 采用文报告中所构建的沉降加固模型, 计算验证。表 2 给出了文献[14]中的强夯工程参数。

表 2 强夯工程参数

Table 2 Parameters of dynamic compaction project						
夯锤半 径/m	夯锤质 量/t	抬升高度 /m	弹性模量 /MPa	泊松比 ν	夯坑深 度/m	η
1.2	20	20	4	0.25	1.2	0.65

图 10 给出了文献[14]中沉降计算和采用本模型沉降计算的对比, 现采用本研究所定的临界加固沉降量计算加固范围, 与其工程实际加固范围对比。以文献[14]所确定的无黏性散粒土临界加固沉降量为 0.04 m 进行计算, 确定出加固边界如图 10 所示, 表明两

者的边界是相似的,尤其在加固深度确定是较准确的。

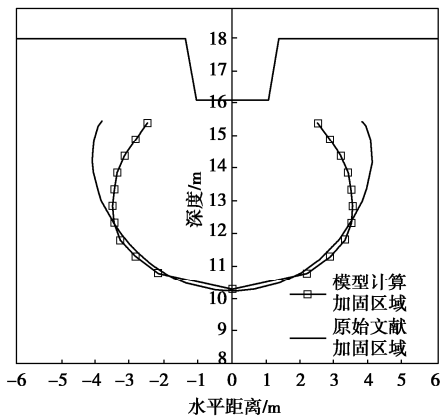


图 10 随机介质理论和文献[14]的加固范围对比

Fig. 10 Comparison of reinforcement range between random medium theory and Reference [14]

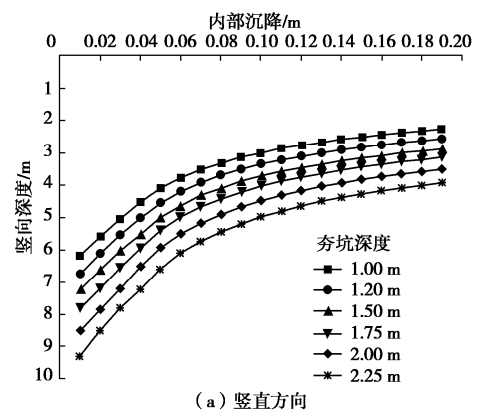
3.3 基于夯坑深度快速查询加固范围

加固深度和宽度对于强夯的设计和施工来说是非常重要的两个参数。这两个参数一般是通过梅那公式或者经验获得,主要与强夯的能级有关。但是,对于不同性质的土体,尽管强夯所使用的能级相同,但是加固的效果却不相同。同时,对于土体内部在强夯作用下的变化,很难直接进行观测。但是可通过夯坑形状反映内部加固的情况。对于相同的能级,夯坑的形状和深度随着土体的性质和级配的不同而不同。因此,夯坑的外部特征是锤-土系统的一个外部体现,可以用来分析强夯过程中土体内部的变化。在基于随机介质理论的基础上,夯坑被看着是对加固范围起主要影响作用的外部表现因素,改外部表现因素与内部的沉降是有一一对应的关系,因此计算出特意情况下的夯坑深度便可对应的得出内部的沉降场。图 11 为利用本文模型计算出的不同夯坑深度对应的内部沉降量。沉降量随着纵向深度的增加而减小。同时,夯坑深度的增加将会引起更大的加固范围。

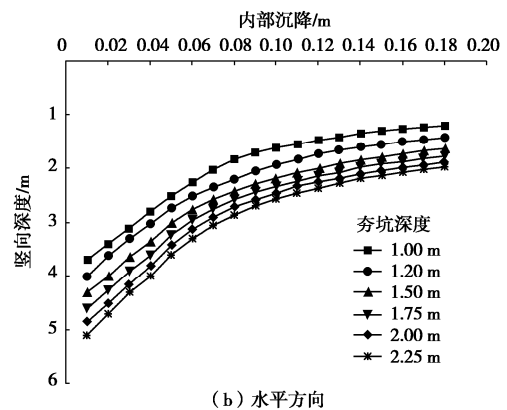
加固深度与夯坑深度基本上呈线性关系,而加固宽度随着夯坑深度的增加,增长趋势逐渐趋于平缓。因此,可以得出,夯坑深度的增加可以有效地增加加固的深度,而对于加固宽度在不改变夯锤半径的情况下效果较弱。这也从侧面说明,强夯能级的增加主要针对于加固深度,而对于加固宽度的影响较小。

该模型在计算强夯的加固范围上与传统方法相比,存在如下优势:①将夯坑的外形考虑在内,夯坑的外形可以反映强夯的能级和土体性质,外形参数可以很简单的通过现场测量获取;②该计算模型可以同时计算出强夯的加固深度和加固宽度,而不是简单的只是计算加固深度;③该计算模型十分简单,可以通

过 MATLAB 或者 Python 直接进行计算。



(a) 竖直方向



(b) 水平方向

图 11 内部沉降量随夯坑深度的变化规律

Fig. 11 Variation rules of internal settlement with depth of tamping pit

4 结 论

(1)根据随机介质理论提出了一个计算强夯加固范围的模型。该模型以随机介质理论为原型,引进至强夯内部沉降量计算上,模型仅含有两个参数,分别为影响角 β 和压缩系数 η ,通过两个参数即可确定强夯土体内部任一点的变形量。

(2)采用此模型对现场土石料强夯试验进行率定参数取值,影响角 β 取值定 30° ,压缩系数 η 针对不同的土体类型和夯击能有不同的取值。通过计算,该模型能很好计算出承德机场土石料强夯试验的土体内部沉降量。

(3)提出了临界沉降量的概念,并确定出无黏性散粒土石料的临界沉降量为 0.04 m ;建立了夯坑与内部沉降量的对应关系图,结合临界沉降量给出了基于夯坑深度的强夯加固范围的快速查图结果。

参考文献:

- [1] ZEKOS D, TSITSAS G, DIMITRIADI V, et al. Dynamic compaction of collapsible soils-case study from a motorway

- project in Romania[C]// XVI Ecsmge Geotechnical Engineering for Infrastructure and Development. 2015.
- [2] WU Shuai-feng, WEI Ying-qi, ZHANG Yin-qiu, et al. Dynamic compaction of a thick soil-stone fill: dynamic response and strengthening mechanisms[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, **129**: 105944.
- [3] ROLLINS K M, KIM J. Dynamic compaction of collapsible soils based on U.S. case histories[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(9): 1178 - 1186.
- [4] DU J F, WU S F, HOU S, et al. Deformation analysis of granular soils under dynamic compaction based on stochastic medium theory[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019(1): 1 - 10. DOI: 10.1155/2019/6076013.
- [5] MAYNE P W, JONES S J. Impact stresses during dynamic Compaction[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1983, **109**(10): 1342 - 1346.
- [6] MENARD L, BROISE Y. Theoretical and practical aspects of dynamic consolidation[J]. Géotechnique, 1975, **25**(1): 3 - 18.
- [7] DURGUNOGLU H T, VARAKSIN S, BRIET S, et al. A case study on soil improvement with heavy dynamic compaction[C]// Proceedings of the 13th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 2003, Prague.
- [8] MAYNE P W, JONES J S, DUMAS J C. Ground response to dynamic compaction[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, **110**(6): 757 - 774.
- [9] CHOW Y K, YONG D M, YONG K Y, et al. Dynamic compaction analysis[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **118**(8): 1141 - 1157.
- [10] POURJENABI M, GHANBARI E, HAMIDI A. Numerical modeling of dynamic compaction in dry sand using different constitutive models// 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2013. Kos Island.
- [11] LITWINISZYN J. The theories and model research of movements of ground masses[C]// Proceedings of the European Congress Ground Movement. Leeds, 1957: 203 - 209.
- [12] LIU B C, WANG M C. Modeling of tunneling-induced ground surface movements using stochastic medium theory[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2004, **19**(2): 113 - 123.
- [13] 姚仰平, 张北战. 基于体应变的强夯加固范围研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(9): 2663 - 2671. (YAO Yang-ping, Bei-zhan Z. Reinforcement range of dynamic compaction based on volumetric strain[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(9): 2663 - 2671. (in Chinese))
- [14] GHASSEMI A, PAK, A, SHAHIR H. A numerical tool for design of dynamic compaction treatment in dry and moist sands[J]. Iran J Sci Tech, 2009, **33**(B4): 313.

(编校: 孙振远)