DOI：10.11779/CJGE2020S1025

基于自然应变损伤模型的膨胀土冻融损伤分析

赵顺利[1]，邓伟杰[1]，路新景[1]，方旭东[1]，李雪统[2]

（1. 黄河勘测规划设计研究院有限公司，河南 郑州 450003；2. 河南工业大学土木建筑学院，河南 郑州 450001）

摘 要：膨胀土的定量冻融损伤分析对于寒区工程具有重要的实际意义。针对土体损伤模型研究中应变模型选择不合理的问题，引入自然应变的概念，基于Weibull统计理论和应变等价原理，构建了自然应变损伤模型，通过遗传算法，进一步实现模型参数的全局寻优功能。通过已有膨胀土冻融循环后的试验数据，对损伤模型进行验证，并进一步开展了膨胀土的冻融损伤分析，对非损伤变形和损伤变形进行区分，进一步验证了损伤模型的合理性。研究结果表明：自然应变损伤模型可高精度的模拟膨胀土不同冻融循环作用后的应力应变曲线，初始刚度和宏观强度等指标与冻融循环次数呈负指数关系，且非损伤变形和损伤变形与侧限压缩试验曲线和三轴压缩曲线具有较好的对应性。

关键词：自然应变；损伤模型；膨胀土；冻融循环；遗传算法

中图分类号：TU441 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2020)S1－0127－05

作者简介：赵顺利(1992—)，男，硕士，助理工程师，主要从事岩土体试验测试、本构模型构建等勘察研究工作。E-mail: slzhaoyrec@qq.com。

Freeze-thaw damage analysis of expansive soils based on natural strain damage model

ZHAO Shun-li[1], DENG Wei-jie[1], LU Xin-jing[1], FANG Xu-dong[1], LI Xue-tong[2]

(1. Yellow River Engineering Consulting Co., Ltd., Zhengzhou 450003, China; 2. College of Civil Engineering and Architecture, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The quantitative freeze-thaw damage analysis of expansive soils is of great practical significance for engineering in cold regions. In view of the unreasonable selection of strain model in the existing researches on soil damage model, the concept of natural strain is introduced. Based on the theory of Weibull statistics and strain equivalence, a natural strain damage model is constructed. Through genetic algorithm, the global optimization function of model parameters is further realized. With the test data of expansive soils after freeze-thaw cycles, the damage model is verified, and the freeze-thaw damage analysis of expansive soils is further carried out. The non-damage deformation and damage deformation are distinguished to further verify the rationality of the damage model. The results show that the natural strain damage model can simulate the stress-strain curve of expansive soils after different freeze-thaw cycles with high accuracy. The initial stiffness and macro-strength have negative exponential relationship with the number of freeze-thaw cycles, and the non-damage deformation and damage deformation have good correspondence with the test curves of lateral compression and triaxial compression.

Key words: natural strain; damage model; expansive soil; freeze-thaw; genetic algorithm

0 引 言

膨胀土具有较强的亲水性，对于处于季节冻土区的渠道工程、边坡工程等，反复冻融循环对膨胀土的劣化作用会极大影响工程稳定性[1-2]。已有的研究表明，冻融作用对土体的性质改变相对复杂，部分特征并无统一认识[3-4]，典型的如内摩擦角，变大、变小、基本不变的结论均有。由于冻融循环作用下，不同土体响应机制的复杂性，针对膨胀土特定土体的冻融分析在工程实践中具有更好的指导意义。

目前针对膨胀土的冻融循环研究已有了较大进展，蔡正银等[2]以高寒渠道膨胀土为研究对象，在干湿冻融耦合的试验条件下系统讨论了冻融作用下膨胀土的裂隙演化规律。Lu等[5]、Tang等[6]则讨论了不同状态下的膨胀土与循环冻融次数相关的劣化规律，研究表明，随着冻融循环次数的增加，膨胀土的破坏强度、弹性模量、抗剪强度等力学指标劣化加剧，且第一次冻融循环下其劣化最为明显。

基金项目：国家重点研发计划项目(2017YFC0405104)；黄河勘测规划设计研究院有限公司自主研究开发项目（2019-ky08）

收稿日期：2020－06－03

目前有关冻融循环下的损伤模型，更多是基于连续介质理论展开。损伤力学中的损伤因子 D 部分研究需要借助其他测试手段进行确定，如卢再华等[7]通过 CT 扫描技术定义损伤因子，其构建的损伤模型包含 23 个参数，均需测试确定。目前主流的损伤因子定义是在已有的应力应变测试成果上进行，其中假设土体微元满足 weibull 分布，基于应变等价原理开展损伤模型构建获得了广泛应用。杨明辉等[8]、李向东等[9]进行了基质吸力和外部荷载耦合状态下的非饱和土损伤模型构建。Tang 等[6]基于多种技术手段综合研究了损伤程度与冻融循环次数之间的关系，并构建了冻融循环作用下的统一损伤模型。总结目前的土的损伤模型，其损伤定义时，主要考虑了弹性模量的退化，核心均集中到应力应变曲线的模拟，但是对于土体本身的性质如压硬性等考虑不足。

传统弹性力学中的应变是微应变，但是土工试验中的土体变形量较高，因此完全按照传统应变去研究其土体性质无法充分考虑土体的内在特质。基于此，通过引入自然应变的概念、weibull 统计分布规律、应变等价原理等，推导构建适用于膨胀土的损伤模型，并以损伤模型为基础进行冻融损伤分析等工作。

1 基于自然应变的冻融损伤模型

1.1 自然应变适用性

以图 1 中所示的岩土体为分析模型，其满足均质各向同性的基本假定，受荷时，假定无新的损伤发生，其应力应变关系用 HOOK 定律进行描述，

$$\mathrm{d}\sigma = K\mathrm{d}\varepsilon \quad , \tag{1}$$

式中，σ 为岩土材料截面应力（压为正），K 为岩土体的刚度，ε 为当前应力状态下的应变量。

根据弹性力学理论，岩土体的应变可为

$$\mathrm{d}\varepsilon = -\mathrm{d}H / H \quad , \tag{2}$$

式中，H 为当前应力状态下的试件高度。

式（2）计算的应变，Freed 将其定义为自然应变或真实应变[10]。具体到应用阶段通过下式计算岩土体应变量更为广泛：

$$\mathrm{d}\varepsilon = -\mathrm{d}H / H_0 \quad , \tag{3}$$

式中，H_0 为未受荷时的试件高度。对于高刚度材料，通常变形量较原来的形状较为微小，数量级相差在 2 个以上，此时式（2），（3）基本等效。式（3）由于更简洁的表达形式，在岩土工程建设中具有广泛的应用场景。但对于部分软岩、松散土体、断裂结构、多孔介质等，全部采用式（3）去分析其力学特征，则可能会阻碍对岩土本质特征的正确认识。

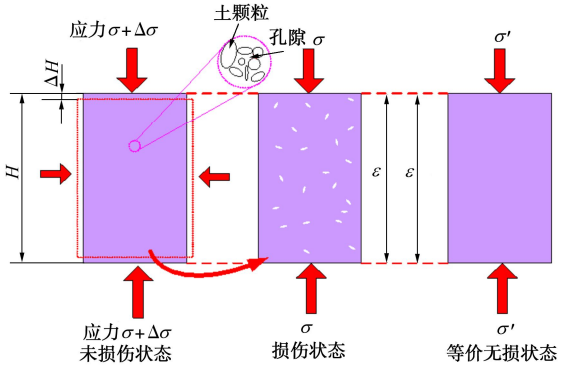

图 1 土体分析模型

Fig. 1 Soil analysis model

对于土体而言，土颗粒是高刚度材料，由于空气和水的存在，其形成的多介质土体则不完全满足式（3）的适用条件。尤其是对于亲水性矿物含量高的膨胀土而言，饱和时，会极大的削弱土体的刚度，干湿循环、冻融循环的条件下，会进一步导致其刚度的降低。因此在分析其力学特征时，式（2）具有更好的适用性。

1.2 基于应变等价原理的冻融损伤变量

岩土体的损伤产生主要有受荷和环境影响 2 部分。针对产生损伤岩土体，目前常用的损伤变量定义方法是基于应变等价原理实现，即可将损伤状态的材料在有效应力作用下的应变与无损状态下的应变进行等效，其无损状态的材料所受的应力称为名义应力。原理图如图 1 所示，表达式为

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E'} = \frac{\sigma'}{E} \quad , \tag{4}$$

$$\sigma A = \sigma' A' \quad , \tag{5}$$

式中，σ 为损伤状态下的有效应力，A 为损伤状态下有效承载面积，E'为损伤状态下的岩土体模量，σ'等效无损状态下的名义应力，A'等效无损状态下有效承载面积，E 为等效无损状态下的岩土体模量。

损伤变量可用岩土体模量来表示，

$$D=1-E'/E \quad 。 \tag{6}$$

更一般的情况下，岩土体的损伤可用岩土体变形模量的损伤来定义，目前多数文献均采用此定义[6, 8-9]。

基于式（2）的自然应变概念，可进一步建立岩土体刚度和传统方法变形模量的关系，

$$E = \frac{\sigma}{1-\exp(-\sigma / K)} \quad 。 \tag{7}$$

将式（7）代入式（6），可得自然应变下的岩土体损伤变量为

$$D=1-K'/K \quad , \tag{8}$$

式中，K'为损伤状态下的土体刚度。式（6），（8）的形式基本一致，但是代表的是两种不同应变概念下的损伤定义方式。对于高刚度材料，$E=K$，传统的应变定义是自然应变定义下的一种特殊情况。

对于环境损伤 D_f（冻融循环、干湿循环）和受荷损伤 D_s 耦合的情况，总的损伤变量 D 可表示为

$$D=1-(1-D_f)(1-D_s) \quad 。 \tag{9}$$

1.3　受荷损伤模型构建

假设土体内部微元服从概率分布，可用 Weibull 分布定量描述微元强度的分布特征[11]，

$$\varphi(F)=\frac{m}{F_0}\left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1}\mathrm{e}^{-(\frac{F}{F_0})^m}=\frac{\mathrm{d}D_s}{\mathrm{d}F} \quad , \tag{10}$$

式中，$\varphi(F)$为土体微元强度概率分布函数，F_0，m 为 Weibull 分布的参数，F 为微元的强度。

对式（10）进行积分可得，受荷损伤的损伤变量 D_s 与土体微元强度 F 的关系，

$$D_s=1-\exp[-(F/F_0)^m] \quad 。 \tag{11}$$

土体微元的强度准则采用 D-P 准则进行计算[12]。土体微元的强度 F 为

$$F=\alpha I_1'+\sqrt{J_2'} \quad , \tag{12}$$

式中，α 为材料参数，I_1' 为有效应力状态下的应力第一不变量，J_2'为有效应力状态下的偏应力第二不变量，

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=\frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}\ ,\\ I_1'&=\sigma_1'+2\sigma_3'\ ,\\ J_2'&=\frac{1}{3}(\sigma_1'-\sigma_3')^2\ ,\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

其中，φ 土体微元内摩擦角，σ_1'，σ_3'为常规三轴条件下的竖向有效应力和有效围压。

通过自然应变的概念，有效应力作用下的最大主应力方向的应变 ε_1' 为

$$\varepsilon_1'=\frac{1-\exp\left(-\dfrac{\sigma_1'-\sigma_3'}{K'}\right)}{(\sigma_1'-\sigma_3')}(\sigma_1'-2\mu\sigma_3') \quad , \tag{14}$$

式中，K'为土体的刚度，μ 为泊松比。常规三轴试验时的固结过程，测得应力应变曲线主要是偏应力 $(\sigma_1-\sigma_3)$ 和除去初始应变之后的应变 ε_1，基于应变等价原理，将有效应力进行转换，可将式（14）改写为

$$\sigma_1-\sigma_3=-K_0(1-D_s)\ln(1-\varepsilon_1) \quad , \tag{15}$$

式中，K_0 为偏应力为 0 时的初始刚度。设孔隙水压力为 P_W，则联立式（12）～（15），土体基于自然应变的损伤本构模型如下：

$$\sigma_1-\sigma_3=-K_0\ln(1-\varepsilon_1)\exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \quad , \tag{16}$$

其中，

$$F=\left\{\frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}[(\sigma_1-\sigma_3)+3(\sigma_3-P_W)]+\frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1-\sigma_3)\right\}\cdot\frac{-K_0\ln(1-\varepsilon_1)}{\sigma_1-\sigma_3} \quad 。 \tag{17}$$

2　基于遗传算法的模型参数确定

从式（16），（17）中可以发现，对于损伤参量无法直接测量的参数主要有初始刚度 K_0、土体微元内摩擦角 φ、Weibull 分布的参数 F_0 和 m。由于土体结构的复杂性，为避免误差累积，降低模型本身的精度，具体参数确定时采用智能算法遗传算法实现。遗传算法本质上属于生物进化算法，通过模拟生物进化中的优胜劣汰，对于具体的问题给出最优解[13]。对于给定的应力应变曲线，限定参数的取值范围，通过数值计算软件 MATLAB 编程，进行参数自动搜索，全局寻优，具体原理如图 2 所示。

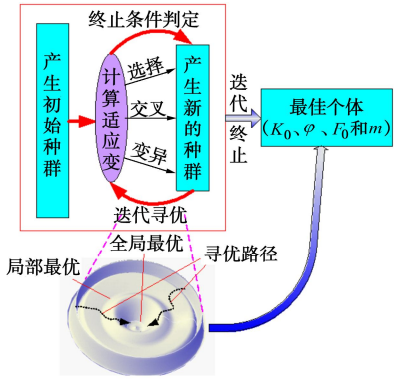

图 2　遗传算法原理示意图

Fig. 2 Schematic diagram of genetic algorithm

3　损伤模型验证

3.1　冻融循环试验数据

为进一步研究冻融循环后，膨胀土的损伤特性，利用 Tang 等[6]。的试验数据进行进一步的分析。试验土样充分饱水后进行冻融循环，−10℃保持 12 h 后，10℃保持 12 h 为 1 次冻融循环。试验采用常规三轴压缩试验，试验条件为固结排水，因此可不考虑超静孔隙水压力影响，试验围压为 100 kPa。文献[6]采用的循环冻融次数 N_{FT} 分别为 0，1，3，7，11。试验结果如图 3 所示。

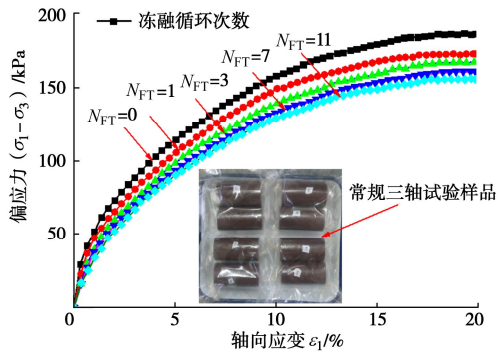

图 3　膨胀土冻融循环后的应力应变曲线

Fig. 3 Stress-strain curves of expansive soils after freeze-thaw

3.2 损伤模型验证

通过 MATLAB 编程，遗传算法可实现损伤模型参数的自动获取。通过实测的应变应变数据模拟，得到到实测值和模拟值的对比如图 4 所示，模拟参数如表 1 所示。从图 4 中可明显的发现，基于自然应变推导的损伤模型可以很好的模拟膨胀土在不同冻融循环下的应力应变关系，模拟精度较高。

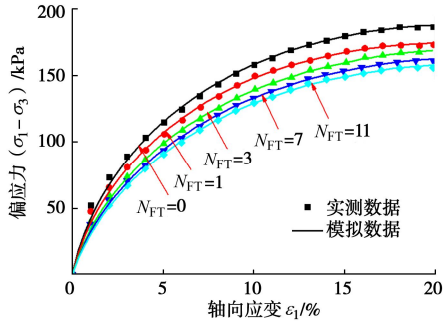

图 4 损伤模型应力应变曲线模拟值与实测值对比

Fig. 4 Comparison of simulated and measured values of stress-strain curves of damage model

表 1 损伤模型拟合参数

Table 1 Fitting parameters for damage model

N_{FT}	K_0/MPa	φ/(°)	F_0	m
0	15.96	35.31	154.05	0.3174
1	14.89	35.83	153.06	0.3205
3	12.96	34.18	146.31	0.3200
7	12.42	35.30	145.52	0.3202
11	11.90	34.86	143.63	0.3209

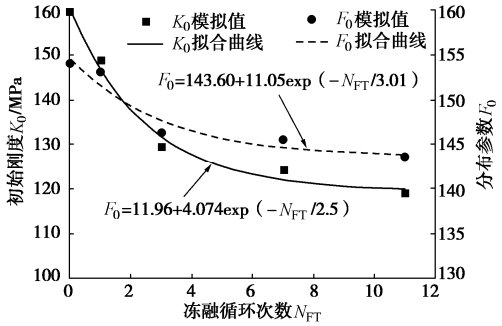

图 5 损伤模型参数随冻融次数的变化曲线

Fig. 5 Variation of damage model parameters with number of freeze-thaw cycles

3.3 损伤模型参数分析

从表1可以明显发现，4个参数中初始刚度K_0、参数F_0呈现明显的劣化特征，土体微元内摩擦角φ，m相对变化不大。Weibull分布中的参数F_0和m通常代表着宏观平均强度和均布系数。由于土体结构本身的劣化，对土体形成一定的损伤，导致F_0的减小。由于冻融过程中，土颗粒的团聚效应，均布系数m有略微增加的趋势，验证了论文中本构模型对于分析冻融损伤的合理性。冻融损伤产生的一个重要原因就是孔隙的增加，结构劣化，因此膨胀土的冻融损伤同样表现在初始刚度K_0的明显降低。

选取受冻融影响明显的初始刚度K_0和参数F_0作为分析对象，绘制其与冻融循环次数的关系曲线如图5所示。从图5中可以明显看出，初始刚度K_0和参数F_0的劣化规律均满足一定的负指数关系，随着冻融次数的增加，劣化速度减慢，逐渐趋于一稳定值。

4 讨 论

通过建立的自然应变损伤模型，高精度的模拟了膨胀土冻融循环后的应力应变曲线，以及分析了冻融损伤对模型参数的影响。为进一步研究冻融损伤的损伤演化过程，利用式（9）绘制损伤因子 D 的变化曲线如图 6 所示。通过图 6 可以看出，在应力应变曲线的后期，不同冻融循环下的损伤因子基本上趋于一致。在应力应变曲线前期，随着冻融循环次数的增加，冻融损伤速度也进一步加快。但是这种加快的趋势随循环次数的增加开始减弱。

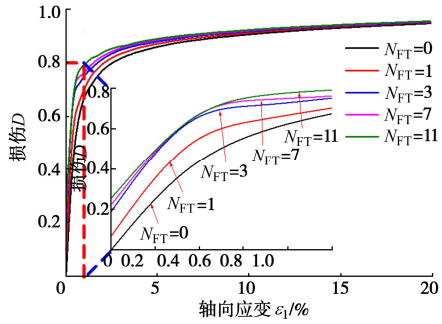

图 6 损伤因子 D 变化曲线

Fig. 6 Curves of damage factor D

事实上，基于自然应变的膨胀土损伤模型优势不仅在于模拟精度上的提升，而且可以解决传统应变模式下对于土体本身性质认识的局限性。通过自然应变损伤模型，将非损伤变形和损伤变形进行一定区分，绘制图 7 的应力变形曲线。

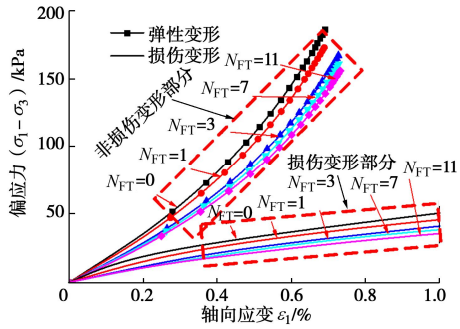

图 7 不同冻融循环下非损伤和损伤变形曲线

Fig. 7 Non-damage and damage deformation curves under different freeze-thaw cycles

通过图 7 可以发现，非损伤变形部分呈现逐渐密实的状态，即对应加载过程中不存在土体损伤时的变

形状态，变形曲线特征基本上与土体的侧限压缩试验对应。三轴压缩时，由于损伤变形贡献了主要的变形量，因此曲线特征基本上与损伤变形曲线一致。

5 结　　论

通过引入自然应变的概念，基于 Weibull 统计理论和应变等价原理，构建了损伤模型。在模型验证的基础上进一步分析膨胀土的冻融损伤特征。通过研究得出以下结论。

（1）构建的自然应变损伤模型可高精度的模拟膨胀土不同冻融循环下的应力应变曲线特征。遗传算法在模型验证中自动化程度高，可实现参数的自动寻优。

（2）膨胀土初始刚度 K_0 和参数 F_0 的冻融劣化明显，与冻融循环次数呈负指数关系。内摩擦角呈现出一定的波动下降趋势，均布系数 m 有略微增加的趋势。

（3）从不同冻融循环下的损伤因子演化曲线可以看出，冻融损伤主要发生在应力应变曲线前期，且随着冻融循环次数增加，应力应变曲线前期的损伤速度有加快趋势。应力应变后期损伤过程则基本一致。

（4）绘制非损伤变形和损伤变形，非损伤变形呈现逐渐压密的状态，损伤变形贡献了更多的变形量。其变形特征与侧限压缩试验曲线和三轴压缩曲线具有较好的对应性。

参考文献：

[1] YANG Z, ZHANG L, LING X, et al. Experimental study on the dynamic behavior of expansive soil in slopes under freeze-thaw cycles[J]. Cold Regions Science and Technology, 2019, **163**: 27 – 33.

[2] 蔡正银, 朱　洵, 黄英豪, 等. 冻融过程对膨胀土裂隙演化特征的影响[J]. 岩土力学, 2019, **40**(12): 4555 – 4563. (CAI Zheng-yin, ZHU Xun, HUANG Ying-hao, et al. Influences of freeze-thaw process of evolution characteristics of fissures in expansive soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(12): 4555 – 4563. (in Chinese))

[3] 张　泽, 马　巍, 齐吉琳. 冻融循环作用下土体结构演化规律及其工程性质改变机理[J]. 吉林大学学报 (地球科学版), 2013, **43**(6): 1904 – 1914. (ZHANG Ze, MA Wei, QI Ji-lin. Structure evolution and mechanism of engineering properties change of soils under effect of Freeze-thaw cycle[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2013, **43**(6): 1904 – 1914. (in Chinese))

[4] 齐吉琳, 张建明, 朱元林. 冻融作用对土结构性影响的土力学意义[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(增刊 2): 2690 – 2694. (QI Ji-lin, ZHANG Jian-ming, ZHU Yuan-lin. Influence of freezing-thawing on soil structure and its soil mechanics significance[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(S2): 2690 – 2694. (in Chinese))

[5] LU Y, LIU S, ALONSO E, et al. Volume changes and mechanical degradation of a compacted expansive soil under freeze-thaw cycles[J]. Cold Regions Science and Technology, 2019, **157**: 206 – 214.

[6] TANG Liang, CHONG Sheng-yi, LING Xian-zhang, et al. A unified formulation of stress-strain relations considering micro-damage for expansive soils exposed to freeze-thaw cycles[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, **153**: 164 – 171.

[7] 卢再华, 陈正汉. 非饱和原状膨胀土的弹塑性损伤本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2003, **25**(4): 422 – 426. (LU Zai-hua, CHEN Zheng-han. An elastoplastic damage constitutive model of unsaturated undisturbed expansive soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, **25**(4): 422 – 426. (in Chinese))

[8] 杨明辉, 孙　龙, 赵明华, 等. 基于统计损伤理论的非饱和土简易本构模型[J]. 水文地质工程地质, 2015, **42**(3): 43 – 48. (YANG Ming-hui, SUN Long, ZHAO Ming-hua, et al. A simplified unsaturated soil constitutive model based on statistical damage theory[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2015, **42**(3): 43 – 48. (in Chinese))

[9] 李向东, 罗晓辉. 非饱和土损伤模型与应用[J].岩土力学, 2009, **30**(增刊 2): 114 – 118. (LI Xiang-dong, LUO Xiao-hui. Damage model of unsaturated soil and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(S2): 114 – 118. (in Chinese))

[10] FREED A D. Natural strain[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1995, **117**(4): 379 – 385.

[11] WEIBULL W A. A statistical theory of the strength of materials IVA[J]. Ingenjörsvetenskapsakademiens Handlingar, 1939, **151**(269): 325 – 330.

[12] 周永强, 盛　谦, 刘芳欣, 等. 一种修正的 Drucker-Prager 屈服准则[J]. 岩土力学, 2016, **37**(6): 1657 – 1664. (ZHOU Yong-qiang, SHENG Qian, LIU Fang-xin, et al. A study of modified Drucker-Prager yield criterion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(6): 1657 – 1664. (in Chinese))

[13] HOLLAND J H. Outline of ralogical theoy rofada Ptive systems[J]. Journal of the Association for Computing Machinery, 1962, **9**(3): 297 – 314.

（编校：胡海霞）