

DOI: 10.11779/CJGE2020S1011

# 应力洛德角旋转路径下粗粒土的力学行为

周跃峰, 潘家军, 程展林, 左永振

(长江科学院水利部岩土力学与工程重点实验室, 湖北 武汉 430010)

**摘要:** 为研究应力空间中恒定的平均应力和偏应力条件下粗粒土的力学行为, 采用自主研发的微摩阻大型真三轴仪, 在同一个偏平面的多级偏应力条件下开展了三组旋转应力路径试验。试验过程中, 调整应力洛德角在 $-30^\circ \sim 30^\circ$ 之间增减循环2次, 覆盖了偏应力平面1/6范围, 并由对称性而代表整个偏应力平面。在不同的应力比条件下, 结合应力路径分析了体积应变、偏应变、应变洛德角与应变路径的演化规律。试验结果表明: 首先, 在恒定球应力与偏应力条件下, 受应力洛德角影响, 土体仍会发生明显变形。在应力洛德角的初次增加过程, 土体发生弹塑性变形, 随后的过程中, 土体的偏应变、体积应变与应变洛德角均表现出滞回性。第二, 在恒定的球应力与偏应力下, 初始偏应变的斜率仍然随着偏应力的增加而增加。第三, 随着应力洛德角变化, 受初始应力比影响, 土体可能从初始的稳定状态达到变形破坏状态。最后, 提出了土的本构模型中需补充考虑的应变洛德角关系式。

**关键词:** 真三轴试验; 洛德角; 旋转应力路径; 偏平面; 粗粒土

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2010)S1-0055-05

**作者简介:** 周跃峰(1982—), 男, 博士, 高级工程师, 主要从事土的工程性质、滑坡灾害与边坡工程等方面的研究工作。E-mail: zhou.yuefeng@163.com。

## Behaviour of coarse grained soil with rotation path of stress Lode's angle

ZHOU Yue-feng, PAN Jia-jun, CHENG Zhan-lin, ZUO Yong-zhen

(Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

**Abstract:** In this study, the behaviour of coarse grained soil following the rotation path of stress Lode's angle is studied under the constant mean stress  $p$  and the constant deviatoric stress  $q$  in stress space. A large-scale true triaxial apparatus with special friction-reduction technique is used to conduct rotation stress path tests in the deviatoric plane. In each test, the stress Lode's angle is increased and then decreased between  $-30^\circ$  and  $30^\circ$  twice, which covers one-sixth deviatoric plane and represents the whole deviatoric plane due to its symmetry. Under different stress ratios, the volumetric strain, deviatoric strain, strain Lode's angle and strain path are analyzed together with the rotation stress path. The conclusions are drawn as follows: firstly, soil deforms together with the variation of stress Lode's angle under the constant mean stress and deviator stress. In the first increasing process of stress Lode's angle both the elastic and the plastic strains occur. In the following processes, hysteresis can be observed for the deviator strain, volumetric strain, and strain Lode's angle, the last of which necessarily determines a certain point in strain space. Secondly, the slope of the initial deviatoric strain still increases with the deviatoric stress following the current stress paths. Thirdly, the soil can achieve failure with the increasing stress Lode's angle, which is affected by the initial stress ratio. Finally, an equation reflecting the variation of strain Lode's angle is proposed, which should be included in the constitutive model for soil.

**Key words:** true triaxial test; Lode's angle; rotation stress path; deviatoric plane; coarse grained soil

## 0 引言

粗粒土在自然界分布广泛、储量丰富, 大多具有压实性好、透水性强、填筑密度大、抗剪强度高、沉降变形小、承载力高的工程特性, 因而在工程建设中广泛应用。受地质条件与工程条件影响, 土体常常处于三个主应力不相等的复杂应力状态, 研究一般条件

下粗粒土的力学特性, 可促进粗粒土本构理论发展, 为高土石坝变形控制提供科学依据。

**基金项目:** 国家重点研发计划项目专题 (2017YFC0404801); 国家自然科学基金面上项目 (51979010); 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室开放基金项目 (YK319013)

**收稿日期:** 2020-06-04

描述应力空间中一点的应力状态, 需要 3 个独立的应力分量, 缺一不可。例如, 主应力组合 ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ )、应力不变量组合 ( $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ )、广义应力等 ( $p$ ,  $q$ ,  $b$  或  $\theta_\sigma$ ), 其中,  $\theta_\sigma$  为应力洛德角,  $b$  为中间主应力系数 (或称毕肖普参数)。目前, 土的本构模型大多是以球应力  $p$  与广义偏应力  $q$  (以下简称偏应力) 为直接变量, 采用应力增量形式, 建立体积应变、剪切应变增量与球应力增量、偏应力增量的关系。

复杂应力条件下土的力学特性研究中的一个主要问题, 是研究中间主应力系数  $b$  (或应力洛德角  $\theta_\sigma$ ) 的影响规律。为此, 国内外学者进行了一系列真三轴试验研究。一类有代表性的研究工作<sup>[1-4]</sup>, 是在不同的中间主应力系数  $b$  下, 开展等  $\sigma_3$  等  $b$  试验, 研究  $b$  值 (应力洛德角, 或中间主应力变化) 对土的应力与变形、体变或孔压、强度与破坏的影响规律。该应力路径下, 采用围压直接控制恒定  $\sigma_3$ , 最大主应力轴向加载的同时仅调整中间主应力, 因而较容易实现。在该试验中球应力  $p$  在试验中不断变化, 需将不同偏平面上的结果按各自  $p$  值进行归一化后投影到  $\pi$  平面上进行分析, 不可避免地受到土的强度非线性特性带来的误差影响。随着土力学理论与测试技术的发展, 部分学者<sup>[5-6]</sup>开展了等  $p$  等  $b$  试验, 对应的应力路径位于同一偏应力平面上, 可克服强度非线性的影响, 在力学特性分析时更为严谨。

在三个应力分量中, 如果剔除球应力  $p$  与偏应力  $q$  两个应力分量变化的影响, 仅控制应力洛德角  $\theta_\sigma$  或中间主应力系数  $b$  独立变化, 则可以排除其它应力分量的干扰, 从而进一步认识土的力学行为, 有助于促进本构理论的发展。恒定的球应力与偏应力在应力空间中具有以下特点: ①应力状态位于同一个偏平面上; ②距离原点的矢长不变。因此, 等  $p$  等  $q$  试验的应力路径在偏平面上为圆形。那么, 沿着以上应力路径, 土体是否会发生变形? 其应力变形规律如何? 目前针对该问题的试验成果极少, 仅通过单一试验进行探索性的测试分析<sup>[7-8]</sup>。本研究拟按照以上应力路径, 在相同的球应力  $p$  与不同的  $q/p$  应力比条件下开展试验研究, 揭示应力洛德角单独变化对于土体应力、变形与破坏的影响规律。

## 1 试验方法

### 1.1 试验设备

本研究采用长江科学院自主研制的大型真三轴仪<sup>[9]</sup>, 其试样为方柱形, 尺寸为 300 mm×300 mm×600 mm (见图 1)。该设备属刚、柔混合加载, 最大主应力方向采用刚性板加压, 最小主应力采用水压加载。可以实现三个主应力方向的单独加载, 互不

干扰, 从而实现三向应力空间中不同应力路径的测试。

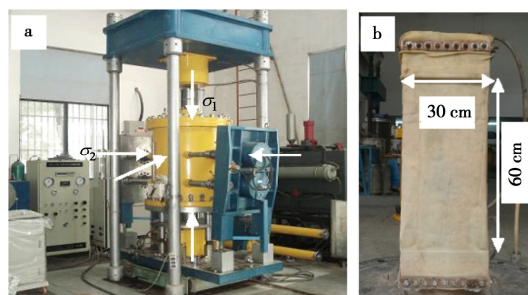


图 1 长江科学院大型真三轴仪(a)和真三轴试样(b)

Fig. 1 Large-scale true triaxial apparatus in CRSRI (a) and its specimen (b)

### 1.2 试验土料

试验所用粗粒土为某 300 m 级高面板堆石坝的主要筑坝堆石料, 母岩为板岩。堆石料通过爆破开采并经破碎加工获得, 颗粒棱角较为明显。按照《土工试验规程 SL237—2019》, 采用相似级配与等量替代法对现场筑坝堆石料进行缩尺, 得到的试验级配组成见图 2 所示, 最大粒径为 60 mm。该级配下板岩料的制样目标干密度为 2.00 g/cm<sup>3</sup>, 相对密实度为 0.77, 岩料颗粒相对密度为 2.72。

试样制备时, 按目标干密度进行控制, 分四层采用振动击实法击样, 每层厚度 15 cm。分层称取试样可防止粗细颗粒分离, 保证试样的均匀性。

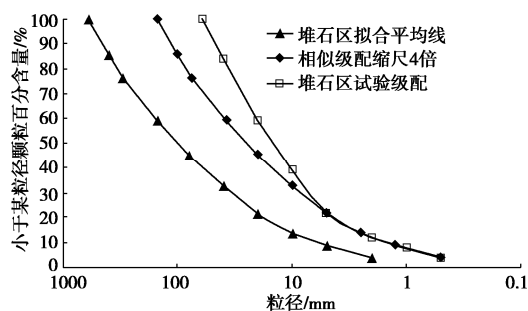


图 2 试验土料的级配曲线

Fig. 2 Grain-size distribution curves of test soil

### 1.3 试验方案

本研究包括 3 组试验, 分别控制恒定的球应力  $p=0.4$  MPa 与恒定的偏应力  $q=0.4, 0.5, 0.6$  MPa (列于表 1)。开展试验时, 首先增加有效围压至  $p=0.4$  MPa 条件下进行等压固结; 然后维持球应力  $p$  值不变且  $b$  值为 0, 逐渐增加偏应力, 分别达到目标值  $q=0.4, 0.5, 0.6$  MPa, 进行偏压固结。随后进入正式测试过程, 维持  $p, q$  恒定,  $b$  值从 0 增至 1, 再从 1 减小至 0, 循环两次。对应应力洛德角从  $-30^\circ$  增至  $30^\circ$ , 再从  $30^\circ$  减小至  $-30^\circ$ , 循环两次。由于以上三组试验的  $p$  值恒定, 其应力路径均在沿着等倾线距离  $\pi$  平面为 0.4 MPa

的偏平面上。试验过程的路径如图 3 所示, 在图中一同绘制了按 CPQ3 试验达到破坏状态的 Lade-Duncan 准则推测强度包线, 各应力路径都在包线以内。

表 1 真三轴试验方案

Table 1 Schemes of true triaxial tests

编号	$p/\text{MPa}$	$q/\text{MPa}$	$b$	$\theta_\sigma/(\circ)$	循环次数
CPQ1	0.4	0.4	0~1	$-30^\circ \sim 30^\circ$	增减 2 次
CPQ2	0.4	0.5	0~1	$-30^\circ \sim 30^\circ$	增减 2 次
CPQ3	0.4	0.6	0~1	$-30^\circ \sim 30^\circ$	增减 2 次

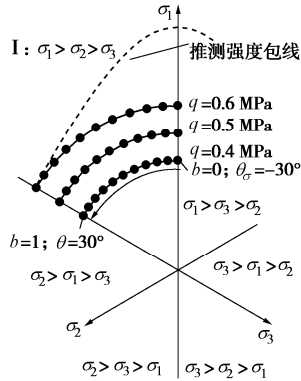


图 3 等  $p$  等  $q$  试验在偏平面上的路径 ( $p=0.4 \text{ MPa}$ )

Fig. 3 Paths in deviatoric plane ( $p=0.4 \text{ MPa}$ ) in constant  $p$  and  $q$  tests

在偏平面 ( $\pi$  平面) 上, 应力状态分布在 6 个  $60^\circ$  的扇形区域。按照主应力顺序, 各试验的应力路径均在 I 区。随应力主轴旋转, 应力状态对应的区域移至其他 5 个区域。考虑  $\pi$  平面上 6 个区域的对称性, 以 I 区应力状态为代表进行研究。

按照主应力与广义应力的各参量的以下关系, 可实现应力空间变换:

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3, \quad (1a)$$

$$q = \{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]/2\}^{1/2}. \quad (1b)$$

应力洛德角  $\theta_\sigma$  与 3 个主应力及中间主应力系数  $b$  之间的关系如下:

$$\tan \theta_\sigma = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/[\sqrt{3}(\sigma_1 - \sigma_3)^2] = (2b - 1)/\sqrt{3}. \quad (1c)$$

相应地, 主应变与体积应变  $\varepsilon_v$ 、广义偏应变  $\varepsilon_q$  的关系如下:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad (2a)$$

$$\varepsilon_q = \{2/9[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2]\}^{1/2}. \quad (2b)$$

## 2 试验结果与分析

以试验 CPQ1 的应力洛德角第一次从  $-30^\circ$  增至  $30^\circ$  过程为例 (见图 4), 可看到  $\sigma_1$  与  $\sigma_3$  逐渐减小,  $\sigma_2$  逐渐增大。起点处  $\sigma_2$  与  $\sigma_3$  相等, 终点处  $\sigma_2$  与  $\sigma_1$  相等。真三轴仪的控制值与计算值非常接近, 设备对应力状态的控制稳定。三组试验中, 各主应力随应力洛德角

的变化如图 4 所示。其中, 试验 CPQ3 因试样在应力洛德角第一次增至  $30^\circ$  时破坏而停止。

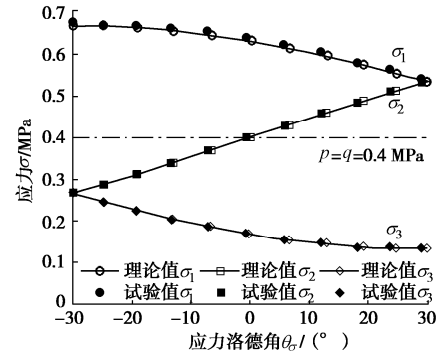


图 4 3 个主应力的控制值与计算值对比

Fig. 4 Comparison between controlled and calculated values of three principal stresses

岩土材料在经历反复的加、卸载过程中, 每次加、卸载曲线均形成一个塑性滞回环, 滞回环随加、卸载次数增加而逐渐变窄, 并且越来越接近, 接近弹性变形, 一直到某次循环没有塑性变形。参照以上加卸载试验中的弹塑性变形过程, 可认为在应力洛德角的第一次增加过程, 发生的偏应变与体积应变最大, 是弹塑性变形; 在第一次减小过程, 第二次的增加与减小过程, 滞回范围非常小, 基本为弹性变形。试验 CPQ1 与 CPQ2 中, 应力洛德角 (或  $b$  值) 的增减循环过程, 类似于加卸载试验, 首次变化之后, 表现出了可恢复的弹性变形 (图 5)。

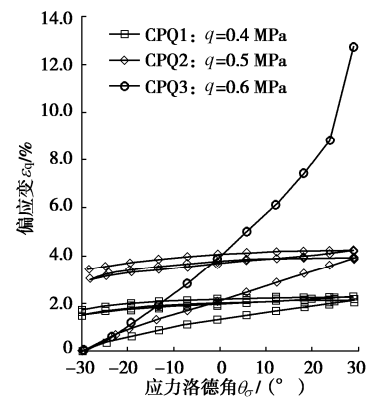


图 5 偏应变随应力洛德角的变化规律

Fig. 5 Variation of deviatoric strain with stress Lode's angle

对于试验 CPQ1, 偏应力为  $0.4 \text{ MPa}$ , 在第一次应力洛德角从  $-30^\circ$  增至  $30^\circ$  过程中, 偏应变随角度增加而增大, 且增幅逐渐变缓, 最终偏应变为  $2.1\%$ 。随后应力洛德角从  $30^\circ$  减小至  $-30^\circ$  过程, 偏应变逐渐减小至  $1.5\%$ 。随后第二次应力洛德角增加—减小过程, 偏应变表现出明显的滞回性, 先增加至  $2.2\%$ , 再减小至  $1.7\%$ 。类似地, 体积应变先随应力洛德角增加而增至  $0.44\%$  (见图 6)。试样的第一次因洛德角变化

导致的压缩,包括弹塑性变形,其中塑性体积应变占主要部分。随后应力洛德角的减小—增加—减小过程,可认为是弹性应变为主,体积应变先增至 0.60%, 然后减至 0.58%再增至 0.67%; 体积压缩与回弹范围在 0.2%以内。

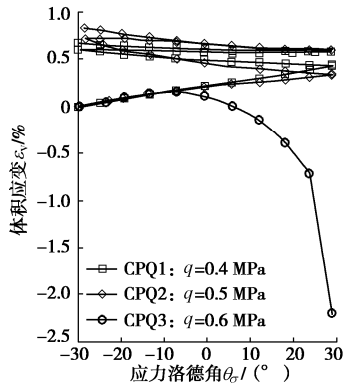


图6 体积应变随应力洛德角的变化规律

Fig. 6 Variation of volumetric strain with stress Lode's angle

试验 CPQ2 与试验 CPQ1 的规律性一致,第一次的应力洛德角增加过程,偏应变增至 3.9%,随后随角度减小而减小至 3.0%。在应力洛德角的第二次增减循环过程,所发生的偏应变非常小,先增加至 4.2%,再减小至 3.4%。体积应变先随应力洛德角增加而增至 0.34%。试样压缩以塑性体积应变为主。随后应力洛德角的减小—增加—减小过程,以弹性应变为主,体积应变先增至 0.72%,然后减至 0.60%再增至 0.84%,表现出与 CPQ1 相似的滞回性。试验 CPQ1 与 CPQ2 中,两次应力洛德角减小的过程,偏应变和体积应变曲线均总体平行,类似于卸载曲线。

从试验 CPQ1 至 CPQ3,随偏应力的增加,初始偏应变的斜率逐渐增加。与前两个试验不同,试验 CPQ3 中,偏应变随应力洛德角增加而加速发展,在应力洛德角非常接近 30° 时,试样达到破坏状态,最终偏应变为 12.7%; 体积应变为 -2.2%, 体积增大。

### 3 讨 论

在土的本构模型中,应力应变关系的一般增量形式表达为:

$$d\varepsilon_v = A_1 dp + A_2 dq \quad (3a)$$

$$d\varepsilon_q = B_1 dp + B_2 dq \quad (3b)$$

按照式 (3a), (3b) 当偏应力与球应力不变时,不会发生体积应变。以上公式由于未反映中间主应力变化或应力洛德角变化对土体应力应变关系的影响,缺乏科学依据与试验验证。本研究中,尽管维持偏应力与球应力不变,仍会发生明显的弹塑性变形。更为合理的表达方式是在  $dp$ 、 $dq$  等应力分量的增量形式基

础上,增加应力洛德角的增量,由此可建立更具有普遍意义的关系式:

$$d\varepsilon_v = A_1 dp + A_2 dq + A_3 d\theta_\sigma \quad (4a)$$

$$d\varepsilon_q = B_1 dp + B_2 dq + B_3 d\theta_\sigma \quad (4b)$$

式中  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  为各应力分量与体积应变有关的系数;  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  为应力分量与偏应变有关的系数。

对于应变的构成,公式 (3a), (3b) 与公式 (4a), (4b) 一致,仅包括两个应变分量。缺少一个应变分量的条件下无法建立应变状态的准确关系。因此,需要考虑应变洛德角  $\theta_\varepsilon$  与主应变之间的关系式:

$$\tan \theta_\varepsilon = (2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3) / [\sqrt{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)] \quad (5)$$

式中,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  分别为最大、中间、最小主应变。

如图 7 所示,应变洛德角随应力洛德角变化也表现出明显的滞回性。试验 CPQ1 与 CPQ2 中,对应于应力洛德角在区间 I 的变化范围(见图 3),应变洛德角分别在 39° ~ 49° 与 37° ~ 51° 范围内,表面试样存在各向异性。作为筑坝材料的粗粒土,不再具有自然条件下可能存在的胶结结构,但在摊铺之后需经历多遍静碾/振动碾的填筑施工过程而逐渐压实。类似地,在实验室内制备试样时,土料亦需经历多次击实过程。以上条件下,土体都会因为侧限条件而具备各向异性。土体的非共轴特性常见于学者们的空心扭剪试验成果,是指土体应变增量方向与应力方向的非一致性,主应变增量方向角常介于主应力与主应力增量方向角之间,是各向异性的一种反映形式。沿着以上路径,本研究中,试验 CPQ1 与 CPQ2 的试样未达到破坏状态,应力应变关系具有非共轴特性,应变洛德角大于 30°。而试验 CPQ3 中试样最终达到破坏状态,其应变洛德角由 38° 迅速降至 30° 以内,最低降至 24°, 然后逐渐增加。试样破坏时的应变洛德角约为 29°, 对应的应力洛德角为 30°, 趋于共轴。以上现象与扈萍等<sup>[9]</sup>通过空心圆柱仪试验研究砂土的非共轴变形特性时所发现的规律一致。

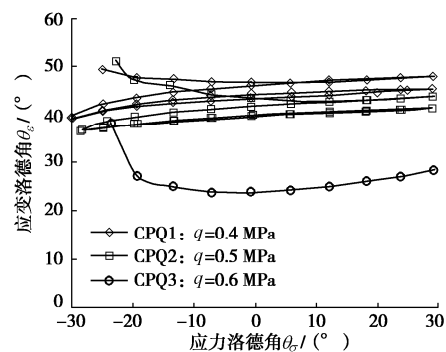


图7 应变洛德角随应力洛德角的变化曲线

Fig. 7 Variation of strain Lode's angle with stress Lode's angle

尽管在本研究中应变洛德角的变化仅由应力洛德

角变化所导致, 但其不可避免受球应力与偏应力的影响。为了在土的本构模型中准确描述土的应变状态, 建议补充以下关系式:

$$d\theta_e = C_1 dp + C_2 dq + C_3 d\theta_\sigma, \quad (6)$$

式中,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  为各应力分量与应变洛德角有关的系数。

## 4 结 论

本研究中, 使用自主研发的大型粗粒土真三轴仪, 对粗粒土进行了等  $p$  等  $q$  试验。通过调整应力洛德角在  $-30^\circ \sim 30^\circ$  之间增减循环 2 次, 揭示了恒定的球应力与偏应力、不同的  $q/p$  应力比条件下, 土体的应力、变形与破坏规律, 得到以下结论:

(1) 首先, 在恒定球应力与偏应力条件下, 受应力洛德角影响, 土体仍会发生明显变形。在应力洛德角的初次增加过程, 土体发生弹塑性变形, 随后的应力洛德角减小—增加—减小过程, 土体主要为弹性变形。偏应变、体积应变与应变洛德角均具有类似于加卸载条件下的滞回性。在应变空间中确定一点的应变状态时, 应变洛德角不应忽视。

(2) 在恒定的球应力与偏应力下, 初始偏应变的斜率仍然随着偏应力的增加而增加。

(3) 随着应力洛德角变化, 受初始应力比影响, 土体可能从初始的稳定状态达到变形破坏状态。沿着以上路径, 粗粒土未达到破坏状态时具有非共轴特性, 达到破坏状态时基本趋于共轴。

(4) 提出了本构模型中需补充考虑的应变洛德角关系式。由于本文所开展的试验有限, 需要今后结合复杂应力路径试验与理论分析进行深入研究。

## 参考文献:

- [1] LADE P V, WANG Q. Analysis of shear banding in true triaxial tests on sand[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2001, **127**(8): 762 - 768.
- [2] CHOI C, ARDUINO P, HARDNEY M D. Development of a

true triaxial apparatus for sands and gravels[J]. Geotechnical Testing Journal, 2008, **31**(1): 32 - 44.

- [3] 周跃峰, 潘家军, 程展林, 等. 基于大型真三轴试验的砂砾石料强度-剪胀特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(11): 2818 - 2825. (ZHOU Yue-feng, PAN Jia-jun, CHENG Zhan-lin, et al. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(11): 2818 - 2825. (in Chinese))
- [4] SUN D A, HUANG W X, YAO Y P. An experimental study of failure and softening in sand under three-dimensional stress condition[J]. Granular Matter, 2008, **10**(3): 187 - 195.
- [5] XIAO Y, LIU H, SUN Y, et al. Stress-dilatancy behaviors of coarse granular soils in three-dimensional stress space[J]. Engineering Geology, 2015, **195**: 104 - 110.
- [6] ANANTANASAKU P, YAMAMURO J A, LADE P V. Three-dimensional drained behavior of normally consolidated anisotropic kaolin clay[J]. Soils and Foundations, 2012, **52**(1): 146 - 159.
- [7] 刘元雪, 郑颖人. 应力洛德角变化影响的研究[J]. 水利学报, 1999, **37**(5): 6 - 10. (LIU Yuan-xue, ZHENG Ying-ren. Study on effect of Lode angle variation of stress[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1999, **37**(5): 6 - 10. (in Chinese))
- [8] 施维成, 朱俊高, 代国忠, 等. 球应力和偏应力对粗粒土变形影响的真三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(5): 776 - 783. (SHI Wei-cheng, ZHU Jun-gao, DAI Guo-zhong, et al. True triaxial tests on influence of spherical and deviatoric stresses on deformation of coarse-grained soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(5): 776 - 783. (in Chinese))
- [9] 扈萍, 魏超, 杨令强, 等. 定轴剪切实验中砂土的非共轴变形特性[J]. 济南大学学报(自然科学版), 2017, **31**(6): 478 - 484. (HU Ping, WEI Chao, YANG Ling-qiang, et al. Non-coaxial behavior of sands in fixed principal stress axes shear tests[J]. Journal of University of Jinan(Science and Technology), 2017, **31**(6): 478 - 484. (in Chinese))

(编校: 明经平)