

DOI: 10.11779/CJGE202009018

考虑桩土局部分离的单桩水平瞬态响应分析

丁肇伟, 宋春雨*, 陈龙珠, 孙 红

(上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

摘 要: 基于 Novak 薄层单元法和辐射应力理论, 引入势函数解耦土体运动方程, 结合桩土接触面混合边界条件, 推导了 Laplace 域内桩、土位移的辐射应力解。引入 Laplace 数值逆运算的 Durbin 算法及基于 EPAL 的加速收敛算法, 得到了时域上桩、土位移的瞬态响应。将计算结果与采用有限元法、边界元法和连续介质解的结果进行了对比, 验证了考虑桩土分离的必要性和本文方法的有效性, 并分析了桩土局部分离特性对桩和桩周土动力响应的影响。此外, 通过参数分析, 研究了考虑桩土局部分离时, 桩土模量比和桩身长径比对桩身位移瞬态响应的影响。结果表明: 桩土局部分离特性对桩身位移响应幅值和桩周土位移场分布影响显著, 且对桩身位移响应在不同桩土模量比作用下的变化规律有一定的影响。桩土模量比对桩身位移响应影响较为显著, 桩身长径比较小时, 长径比对桩顶位移响应影响较大。

关键词: Novak 薄层单元法; 辐射应力; 局部分离; 冲击荷载; 水平瞬态响应

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2020)09-1733-09

作者简介: 丁肇伟(1993—), 男, 安徽安庆人, 博士研究生, 主要从事土动力学与基础振动的研究。E-mail: dingzhaowei@sjtu.edu.cn。

Horizontal transient response analysis of single pile considering local separation of pile and soil

DING Zhao-wei, SONG Chun-yu, CHEN Long-zhu, SUN Hong

(School of Navy Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Based on the Novak's thin layer element method and the theory of radiant stresses, the radiation stress solution to the displacements of pile and soil in the Laplace domain is derived. The potential function is introduced to decouple the governing equation for soil considering the mixed boundary conditions on the pile-soil interface. The Durbin algorithm and the accelerated convergence algorithms of Laplace numerical inverse operation are used to resolve the transient response in time domain. Compared with those of the continuous solution, finite element and boundary element methods, the validity and reliability of the radiation stress solution are verified, and the influences of the local separation characteristics on the dynamic response of the pile and the soil are analyzed. The parametric studies are carried out, and the effects of the modulus ratio of pile and soil and the slenderness ratio of pile on the transient response of pile under horizontal impact loads are studied. It is shown that the local separation characteristics of the pile-soil interface have a significant influence on the magnitude of the pile displacement and the distribution of the displacement field of the soil around the pile. Moreover, it has certain influences on the variations of displacement response of pile under different modulus ratios between the pile and the soil. The displacement of pile is significantly affected by the modulus ratio and also greatly affected by the slenderness ratio when the value of slenderness ratio is small.

Key words: Novak's thin layer method; radiant stress; local separation; impact force; horizontal transient response

0 引 言

桩基水平瞬态响应的研究开展于 20 世纪 80 年代。过去 40 a 中, 国内外学者在桩基水平瞬态响应方面的研究已经取得了丰硕的成果。已有的方法主要包括以差分法^[1-2]、有限元^[3-4]和边界元^[5-7]为代表的数值方法和 Laplace 变换法^[8-9]。有限差分法等数值方法需要迭代运算, 过程较为繁琐且计算耗时较长, 且需合理设

置人工边界, 来满足能量在边界的透射作用。其中 Mamoon 等^[5]构造了两种不同的边界元分别对桩基在冲击荷载作用下的瞬态响应进行了分析, 并与采用 Laplace 变换方法的计算结果进行了对比。Küçükarslan^[7]

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51678361, 41572255)

收稿日期: 2019-11-25

*通信作者 (E-mail: chysong@sjtu.edu.cn)

对有限和无限域分别采用隐式积分和边界元法,研究了群桩在冲击荷载下的瞬态响应。Chang 等^[4]采用二阶 Higdon 吸收边界和交错网格有限差分法进行数值计算,得到了一类水平冲击荷载下的桩顶动力阻抗。Laplace 变换法过程较为简便,在已有的文献中常作为对照组为数值方法可靠性提供验证。其中龙丽丽等^[8]和刘圆圆等^[9]分别基于动力 Winkler 地基梁法 (BDWF) 和饱和土的连续介质解考虑桩土相互作用,并采用 Laplace 变换法,研究了桩顶受水平冲击荷载作用下的瞬态响应问题。但是,以上文献均假定桩土接触面为连续介质,没有考虑到桩土局部分离的影响,计算得到的桩、土动力响应往往偏小,因而高估了桩、土动力阻抗。

实际单桩与群桩的现场试验记录表明,水平动力荷载作用下,桩前被动区的土体随桩身一起运动,桩后主动区的土体则会与桩身分离,并可能随运动产生间隙^[10]。桩土接触面的这一特性,不仅会削弱桩基的水平动力阻抗,对桩周土位移分布和群桩动力相互作用也有明显影响^[11]。已有的文献中指出,桩土接触面的局部分离特性往往受到桩身表面粗糙程度、桩周土体黏聚力和内摩擦角的影响^[12]。因此对于采用预制桩及桩周土为砂土、粉质黏土的情况,考虑桩土局部分离是相当重要的。此外,在桩身受到船舶、车辆撞击等具有较大能量的瞬时冲击荷载作用时,桩土接触面部分分离的特性往往更加显著。

针对这一问题,Mostafa 等^[13]采用串联的非线性和线性弹簧指代近场和远场土体,其中非线性弹簧的参数考虑了桩土局部分离的影响。Allotey 等^[14]和 Heidari 等^[15]采用两组不受拉弹簧指代桩前被动区和桩后主动区的土体,假定弹簧受拉时断开连接以允许桩土接触面间隙的生成。但是,已有的理论研究往往采用经验化的公式或者包含理想化的假设,且大多只考虑静力作用,因而不适用于瞬态响应问题的研究。因此在现阶段的桩基设计中,有效的理论依据仍不够完备,需要采取较大的安全系数来确保结果的可靠性。本文通过定义桩土接触面边界条件,考虑了桩前被动区和桩后主动区土体和桩身的接触关系,从而得到了能够在动力水平荷载作用下考虑桩土局部分离的辐射应力解。

1 模型建立与假设

水平冲击荷载作用下,各向同性半空间中考虑桩土局部分离的桩土相互作用问题的计算模型如图 1 所示。冲击荷载 $P(t)$ 作用于桩顶中心,在冲击荷载的作用下,桩身与桩前被动区土体紧密接触,与桩后主动

区土体相互分离。运动过程中,土层处于对称受力状态。桩土竖向及水平剖面分别如图 1 (a), (b) 所示, u , u_r , u_θ 分别为桩身水平振动位移和桩周土的径向、切向水平振动位移, σ_r , $\tau_{r\theta}$ 分别为桩周土的法向和切向有效应力,其中 r , θ , z 分别为模型的径向、切向和竖向坐标。

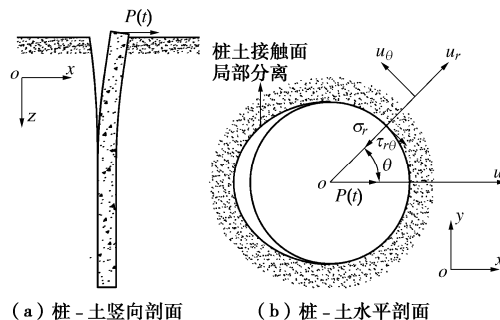


图 1 桩-土相互作用计算模型

Fig. 1 Computational model for pile-soil interaction

在图 1 所示的桩土相互作用模型中,土体在水平方向无限远处有边界条件:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_r(r, \theta, z, t) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} u_\theta(r, \theta, z, t) = 0. \quad (1)$$

在弧段 $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$ 上,桩前被动区土体与桩身的接触面有位移边界条件:

$$u_r(r, \theta, z, t)|_{r=d/2} = u(z, t) \cos \theta, \quad (2a)$$

$$u_\theta(r, \theta, z, t)|_{r=d/2} = -u(z, t) \sin \theta. \quad (2b)$$

在桩后主动区土体与桩身的接触面上,有应力边界条件:

$$\sigma_r(r, \theta, z, t)|_{r=d/2} = 0, \quad \tau_{r\theta}(r, \theta, z, t)|_{r=d/2} = 0. \quad (3)$$

2 基本理论与方程

2.1 土体控制方程

采用 Novak 薄层单元方法^[16],在忽略竖向位移的条件下,任意深度土体运动基本控制方程为

$$G \nabla^2 u_r + (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{G}{r^2} \left(2 \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right) = \rho \ddot{u}_r, \quad (4a)$$

$$G \nabla^2 u_\theta + (\lambda + G) \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} - \frac{G}{r^2} \left(u_\theta - 2 \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) = \rho \ddot{u}_\theta, \quad (4b)$$

式中, G , ν , ρ 分别为桩周土体的动剪切模量、动泊松比和密度,拉梅常数 $\lambda = 2\nu G / (1 - 2\nu)$ 。Laplace 算子 ∇^2 形式 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$, $e = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$ 为桩周土体积应变。对式 (4) 中土体位移引入势函数分解:

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \quad u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi}{\partial r}. \quad (5)$$

采用无量纲化 $\bar{\lambda} = \lambda / G$, $\bar{r} = 2r / d$, $\bar{t} = 2t\sqrt{G/\rho_s}/d$, $\bar{u} = 2u/d$, $\bar{u}_r = 2u_r/d$, $\bar{u}_\theta = 2u_\theta/d$, $\bar{\sigma}_r = \sigma_r/G$, $\bar{\tau}_{r\theta} = \tau_{r\theta}/G$, 并对时间域进行 Laplace 变换, 其变换形式为 $\hat{f}(\delta) = \int_0^\infty f(t)e^{-\delta t}dt$ 。并将式 (5) 代入式 (4), 有

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + \beta_1^2)\varphi &= 0, \\ (\nabla^2 + \beta_2^2)\phi &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} \beta_1^2 &= -\frac{\delta^2}{\bar{\lambda} + 2}, \\ \beta_2^2 &= -\delta^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

当土层处于对称受力状态时, $\hat{u}_r, \hat{\sigma}_r$ 为 θ 的偶函数, $\hat{u}_\theta, \hat{\tau}_{r\theta}$ 为 θ 的奇函数, 有

$$\hat{u}_r = \sum_{s=0}^{\infty} \left[\partial A_{1s} H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \partial \bar{r} + s A_{2s} H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \bar{r} \right] \cos s\theta, \quad (8a)$$

$$\hat{u}_\theta = -\sum_{s=0}^{\infty} \left[s A_{1s} H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \bar{r} + \partial A_{2s} H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \partial \bar{r} \right] \sin s\theta, \quad (8b)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{2}{\bar{r}^2} \sum_{s=0}^{\infty} (A_{1s} f_{1s} + A_{2s} f_{2s}) \cos s\theta, \quad (9a)$$

$$\hat{\tau}_{r\theta} = \frac{2}{\bar{r}^2} \sum_{s=0}^{\infty} (A_{1s} f_{3s} + A_{2s} f_{4s}) \sin s\theta, \quad (9b)$$

式中, $H_s^{(1)}, H_s^{(2)}$ 分别为第 1, 2 种汉克尔函数, 下标 s 指代汉克尔函数的阶数。 $f_{1s} \sim f_{4s}$ 有如下形式:

$$f_{1s} = [s^2 + s - \beta_2^2 \bar{r}^2 / 2] H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) - \beta_1 \bar{r} H_{s-1}^{(1)}(\beta_1 \bar{r}), \quad (10a)$$

$$f_{2s} = -s(s+1) H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) + s \beta_2 \bar{r} H_{s-1}^{(1)}(\beta_2 \bar{r}), \quad (10b)$$

$$f_{3s} = s(s+1) H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) + s \beta_1 \bar{r} H_{s-1}^{(1)}(\beta_1 \bar{r}), \quad (10c)$$

$$f_{4s} = -[s^2 + s - \beta_2^2 \bar{r}^2 / 2] H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) + \beta_2 \bar{r} H_{s-1}^{(1)}(\beta_2 \bar{r}). \quad (10d)$$

当土层处于反对称受力状态时, $\hat{u}_r, \hat{\sigma}_r$ 为 θ 的奇函数, $\hat{u}_\theta, \hat{\tau}_{r\theta}$ 为 θ 的偶函数, 有

$$\hat{u}_r = \sum_{s=0}^{\infty} \left[\partial B_{1s} H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \partial \bar{r} + s B_{2s} H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \bar{r} \right] \sin s\theta, \quad (11a)$$

$$\hat{u}_\theta = \sum_{s=0}^{\infty} \left[s B_{1s} H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \bar{r} + \partial B_{2s} H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \partial \bar{r} \right] \cos s\theta, \quad (11b)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{2}{\bar{r}^2} \sum_{s=0}^{\infty} (B_{1s} f_{1s} + B_{2s} f_{2s}) \sin s\theta, \quad (12a)$$

$$\hat{\tau}_{r\theta} = -\frac{2}{\bar{r}^2} \sum_{s=0}^{\infty} (B_{1s} f_{3s} + B_{2s} f_{4s}) \cos s\theta. \quad (12b)$$

2.2 混合边界辐射应力解

分别假设桩土接触面上弧元 $\theta \in (-\theta_0, \theta_0)$ 内有均布拉力 $\hat{\sigma}_r$, $\hat{\tau}_{r\theta}$, 将 $\hat{\sigma}_r$, $\hat{\tau}_{r\theta}$ 各自沿桩周进行 Fourier

余弦级数展开:

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\hat{\sigma}_0}{\pi} \left(\theta_0 + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} \sin s\theta_0 \cos s\theta \right) \quad (\hat{\tau}_{r\theta} = 0), \quad (13)$$

$$\hat{\sigma}_r = 0, \quad \hat{\tau}_{r\theta} = \frac{\hat{\tau}_0}{\pi} \left(\theta_0 + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} \sin s\theta_0 \cos s\theta \right). \quad (14)$$

将式 (13), (14) 分别代入式 (9a), (9b), (12a), (12b), 解得

$$A_{1s} = a_s \hat{\sigma}_0 L_{1s}, \quad A_{2s} = a_s \hat{\sigma}_0 L_{2s}, \quad (15)$$

$$B_{1s} = a_s \hat{\tau}_0 L_{3s}, \quad B_{2s} = a_s \hat{\tau}_0 L_{4s}, \quad (16)$$

式中, $s=0$ 时, $a_s = \frac{\theta_0}{2\pi}$, $s \neq 0$ 时, $a_s = \frac{1}{\pi} \frac{\sin s\theta_0}{s}$; $L_{1s} \sim$

L_{4s} 形式可以被写为

$$L_{1s} = \frac{F_{4s}}{F_{1s} F_{4s} - F_{2s} F_{3s}}, \quad L_{2s} = \frac{-F_{3s}}{F_{1s} F_{4s} - F_{2s} F_{3s}}, \quad (17)$$

$$L_{3s} = \frac{F_{2s}}{F_{1s} F_{4s} - F_{2s} F_{3s}}, \quad L_{4s} = \frac{-F_{1s}}{F_{1s} F_{4s} - F_{2s} F_{3s}}, \quad (18)$$

式中, $F_{1s} = f_{1s}|_{r=\frac{d}{2}}$, 类似的, 有 $F_{2s} \sim F_{4s}$ 。

将式 (15), (16) 分别代入式 (8a), (8b), (11a), (11b), 可以分别得到包含参数 $L_{1s} \sim L_{4s}$ 的 $\hat{u}_r|_{r=1}, \hat{u}_\theta|_{r=1}$ 形式, 即弧元 $\theta \in (-\theta_0, \theta_0)$ 内均布拉力 $\hat{\sigma}_r, \hat{\tau}_{r\theta}$ 对桩土接触面上位移的影响函数。用 $(\xi - \theta)$ 替换其中 θ 值并除以弧元上均布拉力之和, 令 $\theta_0 \rightarrow 0$, 可得到任意一点所受应力对接触面位移分布的影响函数 $G_{1s} \sim G_{4s}$, 其形式可以写为

$$G_{1s} = b_s R_{1s} \cos s(\xi - \theta), \quad G_{2s} = b_s R_{2s} \sin s(\xi - \theta), \quad (19)$$

$$G_{3s} = b_s R_{3s} \sin s(\xi - \theta), \quad G_{4s} = b_s R_{4s} \cos s(\xi - \theta), \quad (20)$$

式中, $s=0$ 时 $b_s = \frac{1}{4\pi}$, $s \neq 0$ 时 $b_s = \frac{1}{2\pi}$; $R_{1s} \sim R_{4s}$ 形

式可以被写为

$$R_{1s} = L_{1s} \partial H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \partial \bar{r} + s L_{2s} H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \bar{r}, \quad (21)$$

$$R_{2s} = s L_{1s} H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \bar{r} + L_{2s} \partial H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \partial \bar{r}, \quad (22)$$

$$R_{3s} = L_{3s} \partial H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \partial \bar{r} + s L_{4s} H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \bar{r}, \quad (23)$$

$$R_{4s} = s L_{3s} H_s^{(1)}(\beta_1 \bar{r}) / \bar{r} + L_{4s} \partial H_s^{(1)}(\beta_2 \bar{r}) / \partial \bar{r}. \quad (24)$$

土体中辐射应力 $\hat{\sigma}_r$ 为偶函数, $\hat{\tau}_{r\theta}$ 为奇函数, 因此对其进行 Fourier 正弦及余弦展开有

$$\hat{\sigma}_r = \sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \cos m\theta, \quad \hat{\tau}_{r\theta} = \sum_{m=0}^{\infty} c_{2m} \sin m\theta. \quad (25)$$

将式 (19), (20) 代入式 (25), 由于辐射应力的作用, 孔壁上土层中任意一点产生的位移有如下形式:

$$\hat{u}_r = \left[\sum_{s=0}^{\infty} b_s R_{1s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \Phi_{ms} - \sum_{s=0}^{\infty} b_s R_{3s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{2m} \Psi_{ms} \right] \cos s\theta, \quad (26)$$

$$\hat{u}_\theta = - \left[\sum_{s=0}^{\infty} b_s R_{2s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \Phi_{ms} + \sum_{s=0}^{\infty} b_s R_{4s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{2m} \Psi_{ms} \right] \sin s\theta, \quad (27)$$

式中, Φ_{ms} , Ψ_{ms} 有如下形式:

$$\Phi_{ms} = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{m-s}{2}\right)\pi}{m-s} + \frac{\sin\left(\frac{m+s}{2}\right)\pi}{m+s} & (m \neq s), \\ \frac{\pi}{2} & (m = s), \end{cases} \quad (28a)$$

$$\Psi_{ms} = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{m-s}{2}\right)\pi}{m-s} - \frac{\sin\left(\frac{m+s}{2}\right)\pi}{m+s} & (m \neq s), \\ \frac{\pi}{2} & (m = s). \end{cases} \quad (28b)$$

同时土体中位移 \hat{u}_r 为偶函数, \hat{u}_θ 为奇函数, 分别对 \hat{u}_r , \hat{u}_θ 进行余弦和正弦级数展开, 有

$$\hat{u}_r = \frac{h_0}{2} + \sum_{p=0}^{\infty} h_p \cos p\theta \quad \hat{u}_\theta = \sum_{p=0}^{\infty} k_p \sin p\theta, \quad (29)$$

式中, $h_p = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \hat{u}_r \cos p\theta d\theta$, $k_p = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \hat{u}_\theta \sin p\theta d\theta$ 。

将式 (29) 代入式 (2), (3), (26), (27), 在桩土接触面上对满足位移、应力边界条件的不同区域分别进行积分, 可得

$$\begin{aligned} \gamma_p \hat{u} - \sum_{s=0}^{\infty} b_s \Phi'_{sp} \left[R_{1s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \Phi_{ms} - R_{3s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{2m} \Psi_{ms} \right] \\ = \frac{1}{4b_p} (c_{1p} R_{1p} - c_{2p} R_{3p}) \quad (p=0, 1, 2, \dots), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \delta_p \hat{u} - \sum_{s=0}^{\infty} b_s \Psi'_{sp} \left[R_{2s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \Phi_{ms} + R_{4s} \sum_{m=0}^{\infty} c_{2m} \Psi_{ms} \right] \\ = \frac{1}{4b_p} (c_{1p} R_{2p} + c_{2p} R_{4p}) \quad (p=1, 2, 3, \dots). \end{aligned} \quad (31)$$

式中, Φ'_{sp} , Ψ'_{sp} , γ_p , δ_p 有如下形式:

$$\Phi'_{sp} = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{s-p}{2}\right)\pi}{s-p} + \frac{\sin\left(\frac{s+p}{2}\right)\pi}{s+p} & (s \neq p), \\ -\frac{\pi}{2} & (s = p), \end{cases} \quad (32a)$$

$$\Psi'_{sp} = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{s-p}{2}\right)\pi}{s-p} - \frac{\sin\left(\frac{s+p}{2}\right)\pi}{s+p} & (s \neq p), \\ -\frac{\pi}{2} & (s = p), \end{cases} \quad (32b)$$

$$\gamma_p = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{p+1}{2}\right)\pi}{p+1} + \frac{\sin\left(\frac{p-1}{2}\right)\pi}{p-1} & (p \neq 1), \\ \frac{\pi}{2} & (p = 1), \end{cases} \quad (32c)$$

$$\delta_p = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{p+1}{2}\right)\pi}{p+1} - \frac{\sin\left(\frac{p-1}{2}\right)\pi}{p-1} & (p \neq 1), \\ -\frac{\pi}{2} & (p = 1), \end{cases} \quad (32d)$$

联立式 (30), (31), 令阶数 $m=p=s$, 并将 c_{1m} , c_{2m} 的系数展开为矩阵形式进行求解。在计算中, 需要对阶数 s 取合适的值。为了确保结果的收敛性, 在本文后续计算中均取 $s=20$ 。需要指出的是, 这里得到的 c_{1m} , c_{2m} , 是包含 Laplace 域桩身位移 \hat{u} 的函数。由此可以得到冲击荷载作用下 Laplace 域内土层动力阻抗:

$$\bar{q} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \bar{\sigma}_r \cos \theta d\theta - \bar{\tau}_{r\theta} \sin \theta d\theta. \quad (33)$$

土层动刚度和动阻尼分别为

$$\bar{q}_k = -\frac{1}{\bar{u}} \operatorname{Re} \left(\sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \gamma_m + c_{2m} \delta_m \right), \quad (34a)$$

$$\bar{q}_c = \frac{1}{\bar{u}} \operatorname{Im} \left(\sum_{m=0}^{\infty} c_{1m} \gamma_m + c_{2m} \delta_m \right). \quad (34b)$$

2.3 桩顶瞬态响应的 Adomian 分解法

根据欧拉-伯努利梁简化理论求解桩身水平振动位移幅值, 其偏微分方程为

$$\begin{aligned} E_p I_p \frac{\partial^4 u(z, t)}{\partial z^4} + \rho_p A_p \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} + (q_k + i q_c) u(z, t) = 0 \\ z \in (0, l), \end{aligned} \quad (35)$$

式中, l 为桩身长度, I_p , ρ_p , E_p , A_p 分别是桩的截面惯性矩、密度、弹性模量和截面积。对式 (35) 进行无量纲化和 Laplace 变换, 有

$$\frac{d^4}{d\bar{z}^4} \bar{u} = 4 \frac{\delta^2 \bar{\rho}_p + (\bar{q}_k + i \bar{q}_c) / \pi}{\bar{E}_p} \bar{u}, \quad (36)$$

式中, $\bar{E}_p = E_p / G$, $\bar{z} = 2z / d$, $\bar{l} = 2l / d$, $\bar{\rho}_p = \rho_p / \rho_s$ 。

根据 Adomian 分解方法, 桩在 Laplace 域内瞬态响应可以分解表示为

$$\bar{u} = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{u}^{[n]}. \quad (37)$$

$$\text{令 } \alpha^4 = 4 \frac{\delta^2 \bar{\rho}_p + (\bar{q}_k + i \bar{q}_c) / \pi}{\bar{E}_p}, \text{ 线性算子 } L = \frac{d^4}{d\bar{z}^4},$$

同时代入式 (36), (37), 有

$$L^{-1} L \bar{u} = \bar{u} - \bar{u} \Big|_{\bar{z}=0} - \frac{d\bar{u}}{d\bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0} \bar{z} - \frac{d^2 \bar{u}}{d\bar{z}^2} \Big|_{\bar{z}=0} \frac{\bar{z}^2}{2} - \frac{d^3 \bar{u}}{d\bar{z}^3} \Big|_{\bar{z}=0} \frac{\bar{z}^3}{6}, \quad (38)$$

$$L^{-1} L \bar{u} = \alpha^4 L^{-1} \bar{u} = \alpha^4 L^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \bar{u}^{[n]}. \quad (39)$$

将式 (39) 代入式 (38), 有

$$\hat{u} = \hat{u}|_{\bar{z}=0} + \frac{d\hat{u}}{d\bar{z}} \bigg|_{\bar{z}=0} \bar{z} + \frac{d^2\hat{u}}{d\bar{z}^2} \bigg|_{\bar{z}=0} \frac{\bar{z}^2}{2} + \frac{d^3\hat{u}}{d\bar{z}^3} \bigg|_{\bar{z}=0} \frac{\bar{z}^3}{6} + \alpha^4 L^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \hat{u}^{[n]}. \quad (40)$$

式(40)可以用如下的递推关系表示:

$$\hat{u}^{[0]} = \hat{u}|_{\bar{z}=0} + \frac{d\hat{u}}{d\bar{z}} \bigg|_{\bar{z}=0} \bar{z} + \frac{d^2\hat{u}}{d\bar{z}^2} \bigg|_{\bar{z}=0} \frac{\bar{z}^2}{2} + \frac{d^3\hat{u}}{d\bar{z}^3} \bigg|_{\bar{z}=0} \frac{\bar{z}^3}{6}, \quad (41)$$

$$\hat{u}^{[n]} = \alpha^4 L^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \hat{u}^{[n-1]}. \quad (42)$$

对于如图1所示的桩土相互作用模型, 假设桩上下边界均为自由边界, 桩顶受到水平冲击荷载 $P(t)$ 作用。由此在桩顶、桩底分别有边界条件:

$$\frac{d^2}{dz^2} u(z, t) \bigg|_{z=0} = 0 \quad \frac{d^3}{dz^3} u(z, t) \bigg|_{z=0} = -\frac{P(t)}{E_p I_p}, \quad (43)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} u(z, t) \bigg|_{z=l} = 0 \quad \frac{d^3}{dz^3} u(z, t) \bigg|_{z=l} = 0. \quad (44)$$

将式(43), (44)代入式(41), (42), 整理递推式得

$$\lambda_{11} \hat{u} \bigg|_{\bar{z}=0} + \lambda_{12} \frac{d}{d\bar{z}} \hat{u} \bigg|_{\bar{z}=0} + \lambda_{13} \bar{P} = 0, \quad (45a)$$

$$\lambda_{21} \hat{u} \bigg|_{\bar{z}=0} + \lambda_{22} \frac{d}{d\bar{z}} \hat{u} \bigg|_{\bar{z}=0} + \lambda_{23} \bar{P} = 0, \quad (45b)$$

式中, $\bar{P}(t) = 4P(t)/\pi d^2 G$, λ_{11} , λ_{12} , λ_{13} , λ_{21} , λ_{22} , λ_{23} 是由桩、土参数和边界条件决定的常数, 对于确定的桩、土参数和边界条件, 其均为定值。因此, 解得

$$\hat{u} \bigg|_{\bar{z}=0} = -\frac{\lambda_{22}\lambda_{13} - \lambda_{12}\lambda_{23}}{\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}\lambda_{21}} \bar{P}, \quad (46a)$$

$$\frac{d}{d\bar{z}} \hat{u} \bigg|_{\bar{z}=0} = \frac{\lambda_{11}\lambda_{23} - \lambda_{21}\lambda_{13}}{\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}\lambda_{21}} \bar{P}. \quad (46b)$$

3 算例对比与参数分析

3.1 Laplace 数值反演计算方法

对由式(46)得到的 Laplace 域内瞬态响应解进行 Laplace 逆变换, 可以得到瞬态动力响应的时域解, Laplace 逆变换公式为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \hat{f}(\delta) e^{\delta t} d\delta. \quad (47)$$

对于较复杂的函数形式, 其时域形式很难直接解出。Durbin^[17]基于 Fourier 级数展开, 将 Laplace 逆变换的问题转化为一个广义积分问题, 给出了两组计算公式:

$$f_{(I)}(t) = \frac{2}{T} \left[\frac{1}{2} \hat{f}(c) + \sum_{k=1}^N \operatorname{Re} \hat{f} \left(c + \frac{k\pi}{T} i \right) \cos \frac{k\pi t}{T} \right], \quad (48)$$

$$f_{(II)}(t) = -\frac{2e^{ct}}{T} \left[\sum_{k=1}^N \operatorname{Im} \hat{f} \left(c + \frac{k\pi}{T} i \right) \sin \frac{k\pi t}{T} \right]. \quad (49)$$

通过令其中 $f(t) = [f_{(I)}(t) + f_{(II)}(t)]/2$, 可以有效

处理 $f(t)$ 具有间断点的情况。另外, $f_{(I)}(t)$ 与 $f_{(II)}(t)$ 相对 $f(t)$ 的误差偏向相反, 因此对于不同的参数 c , T , 利用优化模型 $\min_{c \in (0, \infty)} |f_{(I)}(t) - f_{(II)}(t)|$, 可以得到较为精

确的解答。另外本文采用了 ε -algorithm (EPAL) 优化了计算的收敛过程, ε -algorithm (EPAL) 是将 Durbin 逆运算算法分解为如下的级数形式, 其收敛性和应用范围的论述参考于 Crump^[18]与 Honig^[19]。

$$C_k = \frac{e^{ct}}{T} \left[\operatorname{Re} \hat{f} \left(c + \frac{k\pi}{T} i \right) \cos \frac{k\pi t}{T} - \operatorname{Im} \hat{f} \left(c + \frac{k\pi}{T} i \right) \sin \frac{k\pi t}{T} \right], \quad (50)$$

$$f_N(t) = \frac{1}{2} C_0 + \sum_{k=1}^N C_k. \quad (51)$$

3.2 算例对比与分析 I

为验证本文解的有效性并探讨考虑桩土局部分离对桩、土位移瞬态响应的影响。参考文献[9]中参数, 本文采用如图2所示的三角形冲击荷载, 其中 $P_{\max} = 10^6$ kN, 冲击荷载持续时间 $\Delta \bar{t} = 10$, 桩周土体泊松比 $\nu_s = 0.4$, 桩身弹性模量 $E_p = 280$, 密度 $\bar{\rho}_p = 1.6$, 直径 $d = 2$ m, 桩身长度 $\bar{l} = 75$ 。

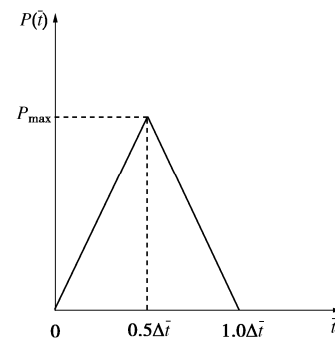


图2 三角形冲击荷载时程

Fig. 2 Time histories of triangular impact force

分别采用本文方法和有限元法计算桩-土的位移时程, 并与边界元法^[5-6]和连续介质解^[9]的计算结果进行对比。其中边界元法和连续介质解均假定桩土接触面连续紧密接触, 有限元法假定桩土相互作用为硬接触, 摩擦系数取 $\tan(0.8\varphi')$ ^[12], 其中 φ' 为桩周土体内摩擦角。如图3所示, 与边界元法和连续介质解相比, 采用本文方法得到的桩顶位移幅值增大 57.3%~61.0%, 证明了文献[5]中关于“实际工程中, 桩土接触面会发生部分屈服和局部脱开、滑移, 因而, 实际位移可能与文中计算结果相距甚远”的推论。相对于有限元法, 采用本文方法得到的桩顶位移幅值减小 19.6%, 这是由于有限元法计算中桩土接触面存在相对滑移。此外, 由图3中桩顶运动时程可以看出, 采用本文方法、有限元和边界元法计算得到的桩顶位移均有较为明显冲击一回弹一再冲击的现象, 而连续介质解则没有这种现象。原因是基于平面应变模型计算

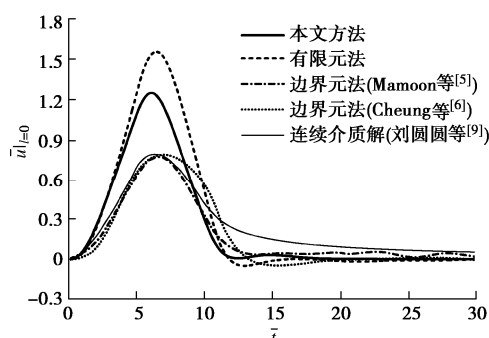
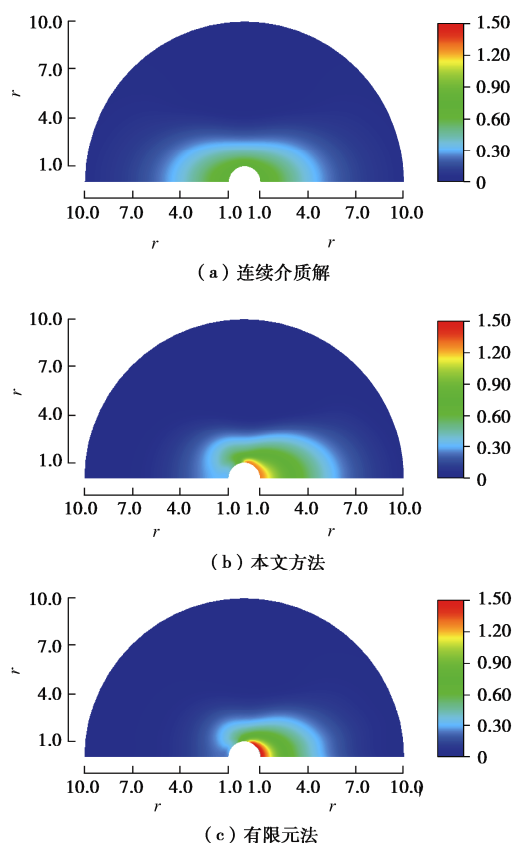


图3 桩顶水平位移对比

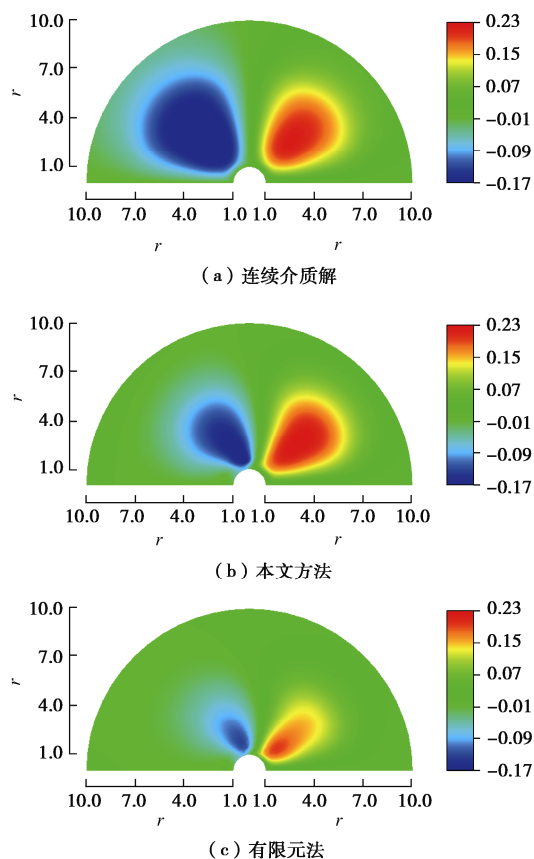
Fig. 3 Comparison of transverse displacements at pile top

得到的土层水平动阻尼较三维模型偏大^[20],忽略桩土局部分离特性和高频冲击荷载^[21]使其偏差更为显著。因而在桩土模量比较小时,采用连续介质解的桩土相互作用模型呈现出“过阻尼”的状态,此时计算结果与实际情况可能存在较大差异。

图4、5分别给出了采用本文方法、有限元法和连续介质解^[9]计算得到的地表 x 、 y 方向位移场分布,其中 x 、 y 方向分别平行和垂直于桩身运动方向(见图1)。时间因子 \bar{t} 取6.2,如图3所示,此时上述几种方法得到的桩顶位移均接近于时程曲线最大值。如图4(b), (c)所示,本文方法和有限元法计算得到的地面位移场较为接近。与图4(a)中连续介质解的结果相比,桩后主动区土体位移较小,与桩身出现较为明显的相对位移。

图4 $\bar{t}=6.2$ 时刻地表 x 方向位移场分布Fig. 4 Displacement fields in x direction when $\bar{t}=6.2$

另外,如图5(a), (b)所示,考虑桩土局部分离时,桩身运动对桩侧后土体的动力作用较不考虑桩土局部分离的结果有一定削弱。图5(c)中有限元法由于考虑了桩侧土体的滑移,桩身运动对桩侧土体影响进一步降低。可以看出,是否考虑桩土局部分离,对桩周土位移场分布有显著影响。值得指出的是,在Tuladhar等^[11]采用有限元法和现场试验对桩土局部分离特性的研究中,所得到的桩周土位移场与本文结果有相同的规律。此外,文献[11]中同时采用有限元法分析了不考虑桩土局部分离的对比组,所得到的桩周土位移场和采用连续介质解^[9]的结果相似,且均与试验结果存在较大差异。以上对比进一步地表明了在设计中考虑桩土局部分离的必要性和本文方法的可信度。

图5 $\bar{t}=6.2$ 时刻地表 y 方向位移场分布Fig. 5 Displacement fields in y direction when $\bar{t}=6.2$

3.3 算例对比与分析II

为研究桩土局部分离在不同模量比下对桩、土位移瞬态响应的影响,参考文献[6]中参数,采用如图6所示的阶跃荷载,其中 $\Delta \bar{t}=0.1761$,桩周土体剪切模量 $G=1.716$ MPa,泊松比 $\nu_s=0.4$,桩身无量纲密度 $\bar{\rho}_p=1.5$,桩长 $\bar{l}=55$,直径 $d=0.8$ m。

图7给出了采用本文方法和边界元法^[6]在不同模量比下计算得到的桩顶水平位移时程曲线。如图7所示,考虑桩土分离时,模量比对桩顶位移的影响与不

考虑桩土分离的情况较为一致。随着桩土模量比的增加, 桩身刚度逐渐增加, 桩顶位移逐渐减小。值得指出的是, 在 $\bar{t}=25\Delta\bar{t}$ 时, 桩土模量比 $E_p/E_s=50$ 情况下的桩顶位移约为模量比 $E_p/E_s=1000$ 的 209.5%, 而文献 [6] 中采用边界元法的结果约为 161.4%。对比可见, 计算中若不考虑桩土局部分离, 得到的桩土模量比对桩身瞬态动力响应的影响, 较考虑桩土局部分离的结果偏小。

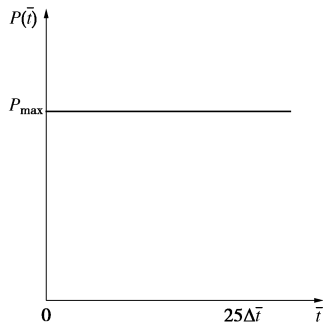


图6 阶跃荷载时程

Fig. 6 Time histories of Heaviside force

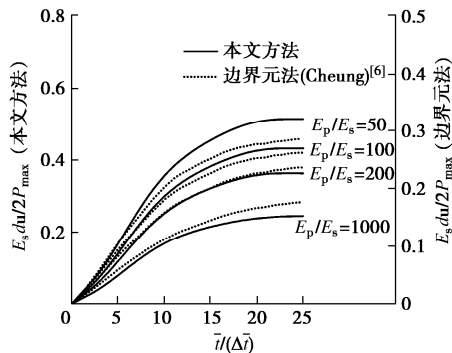


图7 不同模量比下桩顶水平位移对比

Fig. 7 Comparison of transverse displacements at pile top under different modulus ratios

3.4 参数分析

为分析考虑桩土局部分离时, 桩土各参数对桩身瞬态响应的影响。本文采用如图2所示的三角形冲击荷载进行分析讨论。其中 $P_{\max}=10^3$ kN, 冲击荷载持续时间 $\Delta\bar{t}=10$, 泊松比 $\nu_s=0.3$, 桩身弹性模量 $E_p=25$ GPa, 无量纲密度 $\bar{\rho}_p=1.6$, 桩长 $l=12$ m, 直径 $d=0.6$ m。

图8给出了不同模量比 (E_p/E_s) 情况下, 桩身位移在时域上的变化过程。可见, 桩顶位移与所施加荷载的变化规律较为一致。如图8所示, 随着桩土模量比的增加, 桩周土体刚度逐渐减小, 桩身位移逐渐增加, 位移中性点逐渐下移, 表现出桩身运动对桩周土影响深度逐渐增加的趋势。需要说明的是, 图7, 8的计算中分别假定桩周土和桩身弹性模量保持一致, 因此模量比对桩顶水平位移产生了不同的影响。此外, 不同模量比情况下, 桩顶位移到达峰值所需时长均较为接近, 但位移沿深度向下传递时间逐渐缩短。另外,

桩顶受冲击荷载时, 在时域上能明显观察到冲击一回弹一再冲击的过程和波动前进的趋势, 显示出了桩身位移在时域上的波动性。

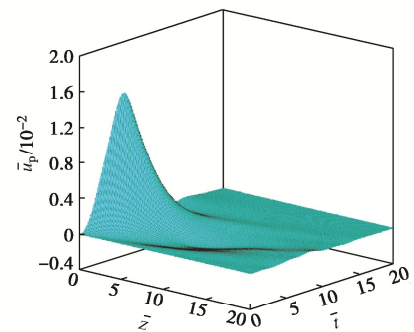
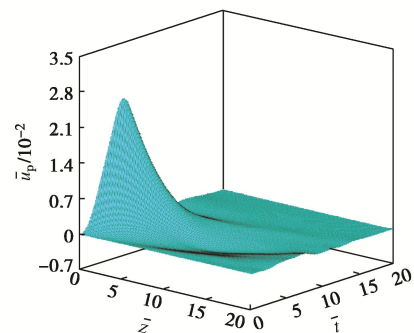
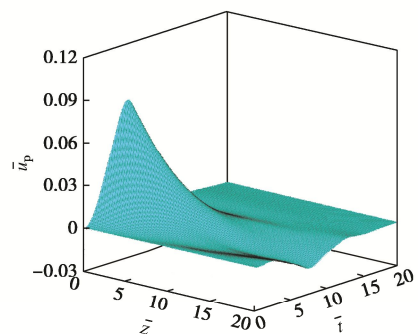
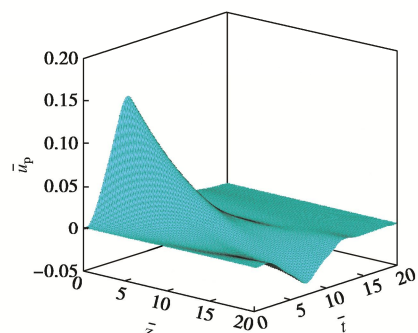
(a) $E_p/E_s=100$ (b) $E_p/E_s=200$ (c) $E_p/E_s=1000$ (d) $E_p/E_s=2000$

图8 冲击荷载作用下桩身位移时程

Fig. 8 Time histories of displacement of pile under impact force

图9给出了在不同时刻, 桩土模量比 (E_p/E_s) 和桩身長径比 (\bar{l}) 对桩顶位移的影响。可见, 随着长径比的增加, 各时刻桩顶位移呈现逐渐减小的趋势, 且在长径比较小时减小的速率较大; 当长径比较大时

桩顶位移逐渐趋于稳定,此时长径比对桩顶位移影响可以忽略不计。图中★指代长径比限值 l^* 的位置,其对应的桩顶位移与40倍长径比作用下的桩顶位移相差5%。如图9所示,随着桩土模量比的逐渐增加,长径比 l^* 总体上有逐渐增大的趋势,指出桩身运动对桩周土体的影响深度逐渐增加。对于不同类型的桩土模量比, l^* 的取值大致在区间[8.6~18]内。

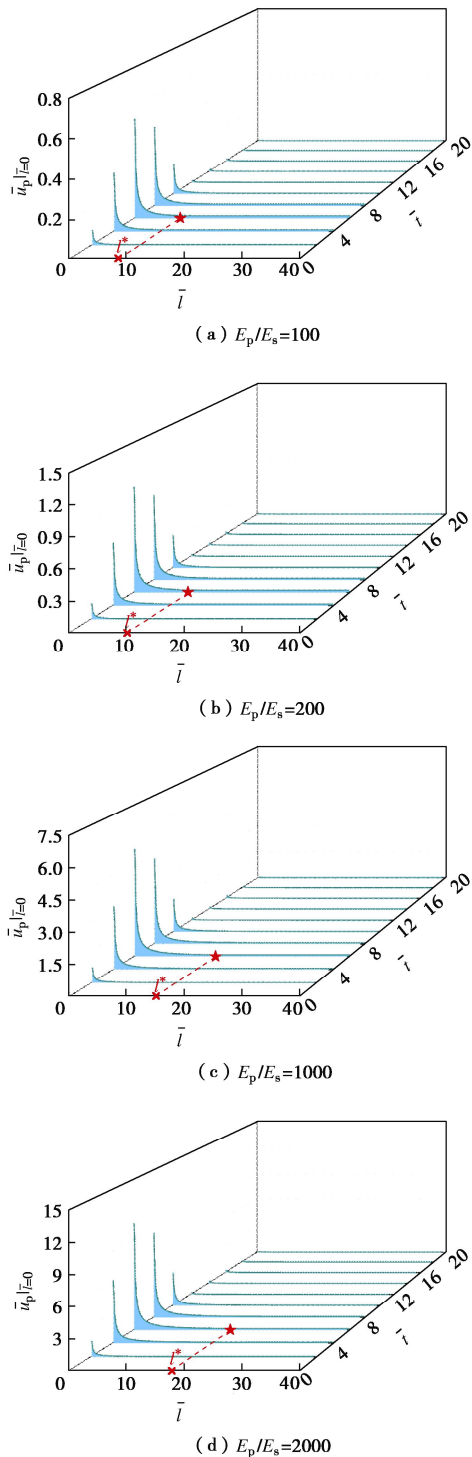


图9 冲击荷载作用下长径比对桩顶位移幅值的影响

Fig. 9 Effects of slenderness ratio on displacement of pile top under impact force

4 结 论

(1)采用本文方法计算出的桩顶位移瞬态响应和桩周土位移场与实验结果和有限元法结果更接近。而忽略桩土局部分离,一方面过高地估计了桩周土体的动力阻抗,导致冲击荷载作用下,桩身位移过小,且能量在土体中较快消散,使得桩顶位移呈现出类似“过阻尼”的状态;另一方面,计算得到的桩后主动区土体位移场分布与试验结果存在较大差异。上述现象和规律,可以为桩基设计提供初步参考。

(2)冲击荷载作用下,桩土模量比对桩身瞬态动力响应影响较为显著。忽略桩土局部分离,会导致低估模量比对桩顶位移响应的影响。

(3)冲击荷载作用下,桩身長径比较小时,桩顶位移响应受桩身長径比影响较大。桩土模量比较大时,桩身运动对桩周土体的影响范围较大。

参考文献:

- [1] ZHU B, CHEN R P, CHEN Y M. Transient response of piles-bridge under horizontal excitation[J]. Journal of Zhejiang University (Science A), 2003, 4(1): 28 - 34.
- [2] 龙丽丽, 刘东甲, 卢志堂, 等. 基于 Timoshenko 梁模型的完整桩瞬态横向振动模拟计算[J]. 合肥工业大学学报, 2011, 34(3): 403 - 407. (LONG Li-li, LIU Dong-jia, LU Zhi-tang, et al. Simulation and calculation of transient lateral vibration of integrate piles based on Timoshenko beam[J]. Journal of Hefei University of Technology, 2011, 34(3): 403 - 407. (in Chinese))
- [3] MAHESHWARI B K, TRUMAN K Z, NAGGAR M H E, et al. Three-dimensional finite element nonlinear dynamic analysis of pile groups for lateral transient and seismic excitations[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, 41(1): 118 - 133.
- [4] CHANG X M, GAO F, LU Z T, et al. A study on lateral transient vibration of large diameter piles considering pile-soil interaction[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 90: 211 - 220.
- [5] MAMOON S M, BANERJEE P K. Time-domain analysis of dynamically loaded single piles[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1992, 118(1): 140 - 160.
- [6] CHEUNG Y K, THAM L G, LEI Z X. Transient response of single piles under horizontal excitations[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1995, 24(7): 1017 - 1038.
- [7] KÜÇÜKARSLAN S. Transient analysis of piles and pile

- groups in non-homogeneous soil[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2008, **78**(1): 21 - 31.
- [8] 龙丽丽, 刘东甲, 蒋红, 等. 水平瞬态荷载下基桩的动力响应分析[J]. *合肥工业大学学报*, 2012, **35**(7): 951 - 956. (LONG Li-li, LIU Dong-jia, JIANG Hong. Dynamic response of piles subjected to transient lateral loading[J]. *Journal of Hefei University of Technology*, 2012, **35**(7): 951 - 956. (in Chinese))
- [9] 刘圆圆, 王星华, 章敏, 等. 饱和土中单桩水平瞬态响应研究[J]. *岩土力学*, 2013, **34**(9): 2699 - 2706. (LIU Yuan-yuan, WANG Xing-hua, ZHANG Min, et al. Transient response of single pile under horizontal load in saturated soil[J]. *Rock & Soil Mechanics*, 2013, **34**(9): 2699 - 2706. (in Chinese))
- [10] HUSSEIN M N, TOBITA T, IAI S, et al. Soil-pile separation effect on the performance of a pile group under static and dynamic lateral loads[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2010, **47**(11): 1234 - 1246.
- [11] TULADHAR R, MAKI T, MUTSUYOSHI H. Cyclic behavior of laterally loaded concrete piles embedded into cohesive soil[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2008, **37**(1): 43 - 59.
- [12] KULHAWY F H. *Drilled Shaft Foundations*[M]. Springer US: Foundation Engineering Handbook, 1991.
- [13] MOSTAFA Y E, EL NAGGAR M H. Dynamic analysis of laterally loaded pile groups in sand and clay[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2002, **39**(6): 1358 - 1383.
- [14] ALLOTEY N, EL NAGGAR M H. Generalized dynamic Winkler model for nonlinear soil-structure interaction analysis[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2008, **45**(4): 560 - 573.
- [15] HEIDARI M, EL NAGGAR M H, JAHANANDISH M, et al. Generalized cyclic p - y curve modeling for analysis of laterally loaded piles[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2014, **63**: 138 - 149.
- [16] NOGAMI T, NOVAK M. Resistance of soil to a horizontally vibrating pile[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1977, **5**(3): 249 - 261.
- [17] DURBIN F. Numerical inversion of Laplace transforms: an efficient improvement to Dubner and Abate's method[J]. *The Computer Journal*, 1974, **17**(4): 371 - 376.
- [18] CRUMP K S. Numerical inversion of Laplace transforms using a Fourier series approximation[J]. *Journal of the Acm*, 1976, **23**(1): 89 - 96.
- [19] HONIG G, HIRDES U. A method for the numerical inversion of Laplace transforms[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 1984, **10**(1): 113 - 132.
- [20] ANOYATIS G, MYLONAKIS G, LEMNITZER A. Soil reaction to lateral harmonic pile motion[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, **87**: 164 - 179.
- [21] ANOYATIS G, LEMNITZER A. Dynamic pile impedances for laterally-loaded piles using improved Tajimi and Winkler formulations[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2017, **92**: 279 - 297.