

DOI: 10.11779/CJGE202008002

# 填充沟对地铁运营引起地基振动隔振效果研究

蔡袁强<sup>1, 2</sup>, 江乾明<sup>1</sup>, 曹志刚<sup>\*1</sup>, 袁宗浩<sup>2</sup>, 楼佳悦<sup>3</sup>, 张盈哲<sup>3</sup>

(1. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江工业大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310014;

3. 浙江华云电力工程设计咨询有限公司, 浙江 杭州 310014)

**摘要:** 为分析填充沟对地铁运营引起的地基振动隔振效果, 建立了地铁列车-轨道结构-衬砌-地基-填充沟 2.5 维有限元分析模型。列车荷载模拟为一组符合列车轴载空间分布的常荷载, 钢轨和浮置板简化为无限长 Euler 梁, 衬砌与地基模拟为均质弹性体。理论模型通过钢轨与衬砌仰拱处、以及衬砌与地基处应力和位移连续条件进行耦合。混凝土填充沟模拟为地基中异质体, 填充沟与地基交界面通过共用节点法处理, 并在波数域中进行求解, 最后通过快速 Fourier 逆变换 (IFFT) 进行波数展开获得三维时域-空间域内的地基动力响应。计算分析了填充沟在不同列车速度、填充沟沟深、沟宽与隧道埋深等情况下的隔振效果。研究表明, 填充沟隔振效果随沟深增加而显著改善, 但隔振效果改善速率在填充沟超过一定深度后变缓; 随着填充沟距地铁距离增加, 沟前隔振效果减弱, 而沟后隔振效果改善。随着列车速度增加, 填充沟隔振效果变好。

**关键词:** 填充沟; 地铁荷载; 2.5 维有限元; 隔振效果; 移动荷载

**中图分类号:** TU435

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-4548(2020)08-1384-09

**作者简介:** 蔡袁强(1965—), 男, 博士, 教授, 主要从事岩土工程科研与教学工作。E-mail: caiyq@zju.edu.cn。

## Vibration-isolation effectiveness of in-filled trench on ground vibration induced by subway operation

CAI Yuan-qiang<sup>1, 2</sup>, JIANG Qian-ming<sup>1</sup>, CAO Zhi-gang<sup>1</sup>, YUAN Zong-hao<sup>2</sup>, LOU Jia-yue<sup>3</sup>, ZHANG Ying-zhe<sup>3</sup>

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China; 3. Zhejiang Huayun Electric Power Engineering Design & Consultation Co., Ltd., Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** In order to analyze the isolation effectiveness of in-filled trench to the ground vibration caused by subway operation, a coupling model, which is divided into five parts including moving train, track structure, lining, ground and in-filled trench, is established. The train load is simulated by a set of constant loads consistent with the spatial distribution of train axles. The rails and floating plates are simplified as the infinite Euler beams. The lining and ground are simulated as the homogeneous elastic media. The theoretical model is coupled by the continuous conditions for the stresses and displacements between the rail and the lining invert and those between the lining and the ground. The concrete in-filled trench is modelled as the heterogeneous medium in the ground. The interface between the in-filled trench and the ground is treated by the common node method and solved in the wave number domain. Finally, the three-dimensional dynamic response in the time-space domain is obtained by the fast inverse Fourier transform (IFFT). The vibration-isolation effectiveness of the filled trench under different train speeds, in-filled trench depths, trench widths and tunnel depths is calculated and analyzed. The results show that its vibration-isolation effectiveness is improved with the increase of the in-filled trench depth, but when the depth of the in-filled trench exceeds a certain depth, the improvement rate of the vibration-isolation effectiveness slows down. With the increase of the distance between the in-filled trench and the subway, the isolation effectiveness decreases in the area before the in-filled trench and increases in the area after the in-filled trench. With the increase of train speed, the vibration-isolation effectiveness becomes better.

**Key words:** in-filled trench; subway load; 2.5D finite element; vibration isolation effectiveness; moving load

**基金项目:** 国家重点研发计划项目 (2016YFC0800200); 国家自然科学基金项目 (51778571, 51708503); 省属高校基本科研业务费项目 (科技类) RF-A2019014

**收稿日期:** 2019-09-26

**\*通信作者** (E-mail: caozhigang2011@zju.edu.cn)

## 0 引言

近年来, 地铁建设加速推进, 地铁运行引发的环境振动问题日益严重。地铁运行引发的环境振动对沿线居民的生产与生活造成负面影响, 也对地铁沿线建筑物及精密仪器造成干扰, 地铁引发的振动问题逐渐成为人们关心的环境问题。

在地铁沿线设置隔振屏障可以减弱地铁列车运行对沿线建筑造成的振动影响, 关于地面交通荷载引起周边环境振动的隔振屏障效果研究, 学者们早期做了大量的研究工作。试验研究发现, 填充沟隔振效果与沟的深度、宽度等因素有关系, 并比相同尺寸空沟的隔振效果差<sup>[1-2]</sup>。随着计算机性能的提升, 关于隔振沟的研究日趋增多。高广运等<sup>[3]</sup>在三维条件下运用薄层法和边界元法研究了波阻板的隔振效果, 并分析了波阻板的尺寸参数以及材料性质的影响。文献[4~7]采用二维有限元方法对隔振沟的隔振效果进行了一系列的研究, 但二维有限元方法无法模拟列车沿铁路方向波的传播。Beskos等<sup>[8]</sup>运用三维有限元方法对空沟和混凝土填充沟的隔振效果进行了研究并分析了沟槽宽度、深度等参数的影响, 三维有限元模型相比于二维有限元模型虽然计算得到更为准确的结果, 但对计算机的计算速度和计算能力要求较高, 计算需要耗费很长的时间, 为了克服三维有限元的这一缺陷, 学者们开始利用2.5维有限元模型来预测地铁列车运行引发的振动问题。2.5维有限元主要假设地基和结构在隧道纵向上具有材料和几何特性不变性, 通过二维平面离散网格即可考虑波在平面外的传播, 获得地基三维响应。由于只需对地基和结构的垂直横截面进行离散, 大大降低了计算成本, 因而近来得到了广泛的应用。Yang等<sup>[9]</sup>首次利用2.5维有限元-无限元耦合法给出了弹性地基在不同荷载移动速度下时域内和频域内的动力响应解, 并验证了其正确性。随后学者们<sup>[10-14]</sup>采用2.5维有限元方法分析了高速列车荷载作用填充沟以及填充材料对隔振效果的影响。上述研究表明, 地表交通荷载引起的地基振动主要通过地表瑞利波进行传播, 隔振沟深度超过瑞利波长一定比例时, 可获得满意的隔振效果。

地铁运营引起的环境振动与地表交通荷载引起的环境振动在传播路径与传播机理上存在显著不同, 往往通过不同于瑞利波的形式进行传播, 因此需结合地铁振动的传播特性来进行屏障隔振设计, 目前关于地铁运行引发振动的屏障隔振研究相对较少。Balendra

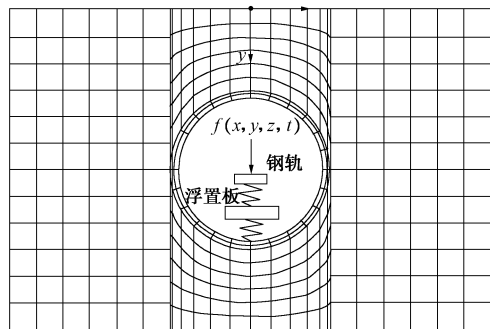
等<sup>[15]</sup>等在地铁主动减振方面做了一些研究, 发现低频时浮置板道床的振级高于轨下直接固定的情况, 而在高频范围则相反, 这说明浮置板起到了有效的减振作用。在地铁排桩隔振方面, Zhang等<sup>[16]</sup>指出北京地铁在采用混凝土排桩作为隔振措施时, 在地铁的优势频率30~80 Hz范围内, 可以达到减少4.1~8.5 dB的隔振效果。但目前关于填充沟对地铁运营引起地基振动隔振效果研究还较少, 填充沟对地铁振动的隔振机理尚不清晰, 有必要对其开展深入研究, 以指导地铁填充沟屏障隔振的工程设计。

为研究填充沟对由地铁运行引发振动的隔振效果, 本文推导了黏弹性人工边界与单相弹性介质条件下的2.5维有限元控制方程, 从而模拟半无限空间, 建立了衬砌-地基土体模型, 求得频域和波数域内的位移频率响应函数; 在上述模型的基础上, 将轨道结构中的浮置板和钢轨视为无限长弹性Euler梁并建立地铁浮置板轨道系统; 浮置板轨道、衬砌与地基土体模型的耦合则是利用钢轨与衬砌仰拱处、以及衬砌与地基处的位移和力的连续条件; 混凝土填充沟模拟为地基中异质体, 填充沟与地基交界面通过共用节点法处理; 最后建立列车-轨道-浮置板-衬砌-土体-填充沟耦合模型, 研究了填充沟主要参数在不同速度条件下对地铁列车运行引发振动隔振效果的影响。

## 1 数值模型与求解

### 1.1 浮置板轨道

模型总共分为两个部分, 一部分为浮置板轨道系统(图1), 另一部分为弹性半空间土体(含有衬砌结构)(图2)。在浮置板轨道系统中, 板下支撑和轨下垫圈均视为弹簧阻尼器而浮置板和钢轨采用无限长弹性Euler梁模拟。地基土体和衬砌(图2)则利用基于弹性理论的2.5维有限元来模拟, 采用黏弹性边界透射计算域中的波, 从而模拟无穷远的边界条件。



(a) 正视图

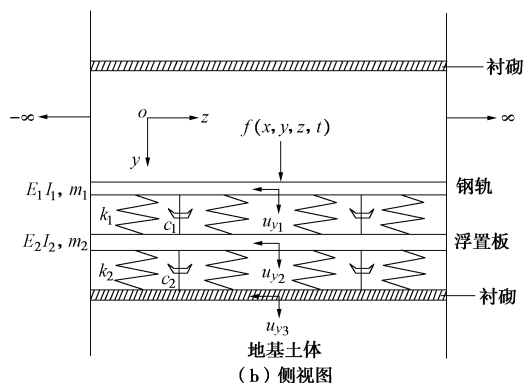


图1 浮置板轨道结构

Fig. 1 Floating-slab track structure

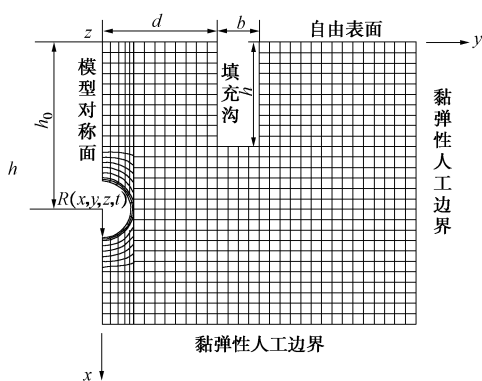


图2 2.5维有限元模型

Fig. 2 2.5D FEM model

## 1.2 浮置板轨道控制方程

如下为钢轨和浮置板的控制方程：

$$E_1 I_1 \frac{\partial^4 u_{y1}}{\partial z^4} + m_1 \frac{\partial^2 u_{y1}}{\partial t^2} + k_1 (u_{y1} - u_{y2}) + c_1 \left( \frac{\partial u_{y1}}{\partial t} - \frac{\partial u_{y2}}{\partial t} \right) = f, \quad (1)$$

$$E_2 I_2 \frac{\partial^4 u_{y2}}{\partial z^4} + m_2 \frac{\partial^2 u_{y2}}{\partial t^2} - k_1 (u_{y1} - u_{y2}) - c_1 \left( \frac{\partial u_{y1}}{\partial t} - \frac{\partial u_{y2}}{\partial t} \right) + R = 0. \quad (2)$$

式中  $R$  为仰拱处轨道与衬砌结构之间的相互作用力； $f$  为地铁列车荷载； $c_1$ 、 $k_1$  分别为轨下弹簧阻尼和刚度； $E_1 I_1$ 、 $E_2 I_2$  分别为钢轨和浮置板的抗弯刚度； $m_1$ 、 $m_2$  分别为钢轨和浮置板的单位质量长度； $u_{y1}$ 、 $u_{y2}$  分别为钢轨和浮置板的位移。

关于时间和空间的 Fourier 变换对按如下定义：

$$\hat{U}(x, y, k, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, y, z, t) \cdot e^{-i\omega t} e^{-ikz} dt dz, \quad (3)$$

$$U(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{U}(x, y, k, \omega) \cdot e^{i\omega t} e^{-ikz} d\omega dk. \quad (4)$$

式中  $k$  为波数； $\omega$  为圆频率；上标“ $\hat{\cdot}$ ”表示波数域

中的量；“ $\sim$ ”表示频域中的量。

将式 (1)、(2) 按式 (3) 变换到频域和波数域中：

$$(E_1 I_1 k^4 - m_1 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega) \hat{u}_{y1} - (k_1 + c_1 i \omega) \hat{u}_{y2} = \hat{f}, \quad (5)$$

$$(E_2 I_2 k^4 - m_2 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega) \hat{u}_{y2} - (k_1 + c_1 i \omega) \hat{u}_{y1} + \hat{R} = 0. \quad (6)$$

## 1.3 弹性地基 2.5 维有限元模拟

### (1) 地基 2.5 维有限元

对于弹性半空间，三维均质弹性体应力和位移在满足如下关系：

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho u_{i,t}. \quad (7)$$

忽略体积力并变换至频域得

$$\tilde{\sigma}_{ij,j} + \omega^2 \rho \tilde{u}_i = 0. \quad (8)$$

根据广义胡克定律，用位移将应力项替换得

$$\mu^c \tilde{u}_{i,ji} + (\lambda^c + \mu^c) \tilde{u}_{j,ji} + \rho \omega^2 \tilde{u}_i = 0, \quad (9)$$

式中， $\lambda^c = (1 + 2i\beta)\lambda$ ， $\mu^c = (1 + 2i\beta)\mu$ ，其中  $\lambda$ 、 $\mu$  为 Lamé 常数， $\sigma_{ij}$  为土体单元应力， $u$  为位移， $\omega$  为圆频率， $f$  为体积力，“ $\sim$ ”表示频域的量， $\beta$  为土体的阻尼系数。

在式 (9) 的基础上利用 Galerkin 法，并结合力和位移边界条件，同时通过形函数  $N$  进行离散，最后利用波数变换消去  $z$ ，得到在频域波数域中的单元离散方程：

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}}, \quad (10)$$

式中， $\hat{\mathbf{F}}$ 、 $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{K}$  分别为外力矩阵、质量矩阵和刚度矩阵，具体表达式如下：

$$\mathbf{K} = \sum_e \iint_{\bar{e}} (\mathbf{B}^* \mathbf{N})^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{N} |J| d\epsilon d\eta,$$

$$\mathbf{M} = \sum_e \rho \iint_{\bar{e}} \mathbf{N}^T \mathbf{N} |J| d\epsilon d\eta,$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \sum_e \int_{\bar{e}} \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{f}} |J| d\eta.$$

式中  $\hat{\mathbf{F}}$  为单元节点荷载； $\hat{\mathbf{U}}$  为单元节点位移； $e$  为单元， $\bar{e}$  为单元边界；共轭矩阵用上标“ $*$ ”表示；选取双线性插值函数作为形函数，用  $\mathbf{N}$  表示； $\epsilon$ 、 $\eta$  为局部坐标的变量； $J$  则为雅可比矩阵。其他相关符号具体表达式如下：

$$\mathbf{N} = [\mathbf{I} \mathbf{N}_1 \quad \mathbf{I} \mathbf{N}_2 \quad \mathbf{I} \mathbf{N}_3 \quad \mathbf{I} \mathbf{N}_4],$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \lambda^c + 2\mu^c & \lambda^c & \lambda^c & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^c & \lambda^c + 2\mu^c & \lambda^c & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^c & \lambda^c & \lambda^c + 2\mu^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^c \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & -ik \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & -ik & \frac{\partial}{\partial y} \\ -ik & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix}.$$

通过组装每个弹性土体单元的单元特性矩阵, 得到模型在频域和波数域中的2.5维有限元控制方程:

$$\mathbf{K} \hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}} = \hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{T}}, \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{K}$  为整体刚度矩阵, 单元节点位移  $\hat{\mathbf{U}}$  经过组装成为整体节点位移向量  $\hat{\mathbf{U}}_{\mathbf{T}}$ , 单元节点荷载  $\hat{\mathbf{F}}$  经过组装成为整体节点荷载向量  $\hat{\mathbf{F}}_{\mathbf{T}}$ 。

衬砌结构同样基于上述的2.5维有限元理论模拟。

## (2) 2.5维黏弹性人工边界

本节将给出基于单相弹性介质的2.5维有限元黏弹性人工边界, 弹性土中存在二种波 (P波和S波) 以及3种应力, 在柱坐标中可表示为  $\sigma_r$ ,  $\tau_{r\theta}$ ,  $\tau_{rz}$ , 其中  $\sigma_r$  为P波作用下土骨架的应力;  $\tau_{r\theta}$  为S波产生的平面内剪应力,  $\tau_{rz}$  为S波产生的垂直于平面的剪应力。参考 Deeks等<sup>[17]</sup>的研究, 柱坐标中点荷载在弹性土中所引起的位移响应可假设如下:

$$\left. \begin{aligned} U_r(r, t) &\doteq \frac{1}{r} f\left(\frac{r}{V_p} - t\right), \\ U_\theta(r, t) &\doteq \frac{1}{r} f\left(\frac{r}{V_s} - t\right), \\ U_z(r, t) &\doteq \frac{1}{r} f\left(\frac{r}{V_s} - t\right). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

对于式 (12), 当对变量  $r$  求导时有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_r}{\partial r} &\doteq -\frac{1}{r} U_r - \frac{1}{V_p} \frac{\partial U_r}{\partial t}, \\ \frac{\partial U_\theta}{\partial r} &\doteq -\frac{1}{r} U_\theta - \frac{1}{V_s} \frac{\partial U_\theta}{\partial t}, \\ \frac{\partial U_z}{\partial r} &\doteq -\frac{1}{r} U_z - \frac{1}{V_s} \frac{\partial U_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

弹性土3种应力在变换域中可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_r &= 2\mu^c \frac{\partial \hat{U}_r}{\partial r} + \lambda^c \left( \frac{\partial \hat{U}_r}{\partial r} + \frac{\hat{U}_r}{r} \right), \\ \hat{\tau}_{r\theta} &= 2\mu^c \hat{\varepsilon}_{r\theta} = \mu^c \left( \frac{\partial \hat{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\hat{U}_\theta}{r} \right), \\ \hat{\tau}_{rz} &= 2\mu^c \hat{\varepsilon}_{rz} = \mu^c \frac{\partial \hat{U}_z}{\partial r}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将式 (13) 变换到频域和波数域后代入式 (14) 中得

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_r &= -\left( \frac{2\mu^c}{r} + i\omega \frac{\lambda^c + 2\mu^c}{V_p} \right) \hat{U}_r, \\ \hat{\tau}_{r\theta} &= -\mu^c \left( \frac{2}{r} + \frac{i\omega}{V_s} \right) \hat{U}_\theta, \\ \hat{\tau}_{rz} &= -\mu^c \left( \frac{1}{r} + \frac{i\omega}{V_s} \right) \hat{U}_z. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

将式 (15) 叠加到边界单元矩阵中即可实现波在2.5维有限元模型中的透射:

$$\hat{\mathbf{F}} = -\hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{U}}, \quad (16)$$

式中,  $\hat{\mathbf{V}} = \sum_{\bar{e}} \mathbf{N}^T \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{V}} \mathbf{T} \mathbf{N} |J| d\eta$ ,

$$\hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \frac{2\mu^c}{r} + i\omega \frac{\lambda^c + 2\mu^c}{V_p} & 0 & 0 \\ 0 & \mu^c \left( \frac{2}{r} + \frac{i\omega}{V_s} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \mu^c \left( \frac{1}{r} + \frac{i\omega}{V_s} \right) \end{bmatrix}.$$

由于上文是在柱坐标下完成的黏弹性人工边界的推导, 需要通过坐标转换矩阵  $\mathbf{T}$  将上式转换到直角坐标系中。

本文基于上述的黏弹性人工边界条件, 并结合2.5维有限元理论, 在计算机中编制相应程序, 用于计算模型的动力响应。

## 1.4 地铁列车荷载描述

将列车车轮对轨道的作用力看作为一系列点荷载, 有

$$f(x, y, z, t) = \sum_{n=1}^{N_T} F_n(z - ct) e^{i2\pi f_0 t}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_n(z - ct) &= P_n [\delta(z - ct + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) + \delta(z - ct + w_a + \\ &\sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) + \delta(z - ct + w_a + w_b + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D) + \delta(z - ct + \\ &2w_a + w_b + \sum_{s=0}^{n-1} L_s + L_D)] \quad (18) \end{aligned}$$

式中  $c$  为地铁列车运行速度;  $f_0$  为荷载自振频率;  $N_T$  为列车车厢数量; 拖车车厢轴重  $P_C$  和动车车厢轴重  $P_E$  统称为地铁列车的轴重  $P_n$ ; 拖车车厢长度  $L_C$  和动车车厢长度  $L_E$  统称为列车长度  $L_s$ ; 相邻两组轮对之间的距离和第二组与第三组轮对之间的距离分别为  $w_a$  和  $w_b$ ,  $L_D$  为观察点到列车荷载点之间的距离。

利用式 (3) 将列车荷载表达式 (17) 变换到频域

和波数域得到:

$$\hat{f}(k, \omega) = 2\pi\delta(\omega - 2\pi f_0 - kc)\chi(k) \quad , \quad (19)$$

$$\chi(k) = \sum_1^{N_T} P_n [1 + e^{i w_a k} + e^{i(w_a + w_b)k} + e^{i(2w_a + w_b)k}] e^{ik(\sum_{s=0}^{N_T-1} L_s + L_D)} \quad (20)$$

### 1.5 隧道衬砌 - 地基动力相互作用

在仰拱处衬砌与浮置板轨道之间的相互作用力可表示为

$$R = k_2(u_{y2} - u_{y3}) + c_2 \left( \frac{\partial u_{y2}}{\partial t} - \frac{\partial u_{y3}}{\partial t} \right) \quad (21)$$

将式 (21) 进行 Fourier 变换到频域和波数域得

$$\hat{R} = (k_2 + c_2 i \omega)(\hat{u}_{y2} - \hat{u}_{y3}) \quad (22)$$

将式 (22) 乘以仰拱处位移频率响应函数即可得到衬砌仰拱处变换域中的位移:

$$\hat{u}_{y3} = H \hat{R} \quad , \quad (23)$$

式中, 仰拱处的位移频率响应函数用  $H$  表示, 为在仰拱处施加竖向单位力 ( $\hat{R}=1$ , 图 2) 后所得到的位移响应,  $\hat{u}_{y3}$  为仰拱处的竖向位移。在上述 2.5 维有限元模型的基础上, 具体通过以下方法实现: 施加竖向的单位节点力在仰拱处节点处, 求解方程 (11) 得到模型各个节点位移矩阵  $\hat{U}_T$ , 从而得到弹性半空间土体和衬砌各个位置的频率响应函数。联立方程 (5), (6), (22), (23) 有

$$\hat{u}_{y1} = \frac{A_3(1 + A_4 H) + A_4}{A_5} \hat{f} \quad , \quad (24)$$

$$\hat{u}_{y2} = \frac{A_2(1 + A_4 H)}{A_5} \hat{f} \quad , \quad (25)$$

$$\hat{u}_{y3} = \frac{A_2 A_4 H}{A_5} \hat{f} \quad , \quad (26)$$

$$\hat{R} = \frac{A_2 A_4}{A_5} \hat{f} \quad (27)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= EI_1 k^4 - m_1 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega \quad , \\ A_2 &= k_1 + c_1 i \omega \quad , \\ A_3 &= EI_2 k^4 - m_2 \omega^2 + k_1 + c_1 i \omega \quad , \\ A_4 &= k_2 + c_2 i \omega \quad , \\ A_5 &= (A_1 A_3 - A_2^2)(1 + A_4 H) + A_1 A_4 \quad . \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

对式 (23) ~ (25) 进行 Fourier 逆变换, 得

$$u_{y1}(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_3(1 + A_4 H) + A_4}{A_5} \hat{f} e^{i\omega t} e^{-ikz} d\omega dk \quad , \quad (29)$$

$$u_{y2}(x, y, z, t) =$$

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_2(1 + A_4 H)}{A_5} \hat{f} e^{i\omega t} e^{-ikz} d\omega dk \quad , \quad (30)$$

$$u_{y3}(x, y, z, t) =$$

$$\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A_2 A_4 H}{A_5} \hat{f} e^{i\omega t} e^{-ikz} d\omega dk \quad . \quad (31)$$

由于式 (19) 荷载项  $\hat{f}$  中的  $\delta$  函数性质, 因此式 (29) ~ (31) 中等式右边二重积分转化为一重积分, 之后通过快速 Fourier 逆变换 (IFFT) 得到空间域和时域中的位移解答。通过式 (27) 求得变换域中的衬砌仰拱与浮置板轨道作用力后, 结合已经求得的模型位移响应频率函数并经过式 (31) 变换即可解得到模型土体任意一点的位移解答。

## 2 模型验证

为了验证 2.5 维有限元模型及人工边界的正确性, 考虑 20 m 厚的均质弹性土层上覆在刚性基岩上, 地基表面作用以 70 m/s 速度移动点荷载。地基土体剪切波速为 100 m/s, 密度为 2.0 g/cm<sup>3</sup>, 阻尼系数为 0.05, 泊松比为 0.25。

通过上述模型计算出移动点荷载正下方 1 m 处位移响应时程曲线如图 3 所示, 其中位移采用归一化竖向位移 ( $2\pi\rho V_s^2 P$ ), 并将结果与 Eason<sup>[18]</sup> 解析解结果进行对比, 发现两者计算结果吻合良好, 证实了本文模型的正确性。

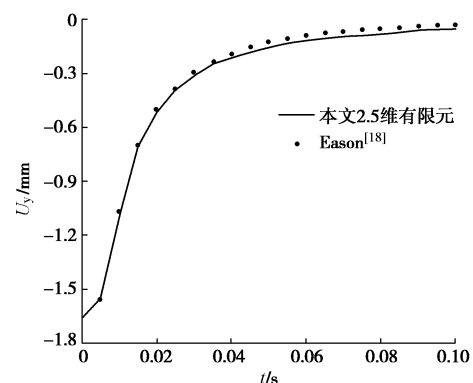


图 3 本文研究结果与文献[18]对比

Fig. 3 Comparison between proposed results and Reference [18]

## 3 数值分析

在将频域和波数域中计算得到的结果经过傅里叶逆变换到时域和空间域时, 如果要保证精度则需要选取足够小的积分步长, 但过小的积分步长需要耗费大量的计算时间, 因此积分步长的选取, 一方面需要保

表 1 弹性土和衬砌结构参数

Table 1 Parameters of elastic ground and tunnel structure

介质	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	剪切模量 $\mu/\text{Pa}$	泊松比 $\nu$	阻尼系数 $\beta$
弹性土	$1.9\times 10^3$	$2.0\times 10^7$	0.30	0.01
衬砌结构	$2.5\times 10^3$	$1.4\times 10^{10}$	0.25	0.02

表 2 地铁列车荷载参数

Table 2 Parameters of train load

机车轴重	车厢轴重	一、二组轴载间距	二、三组轴载间距	机车长度	车厢长度	列车数量	观察点
$P_E/\text{kN}$	$P_C/\text{kN}$	$w_a/\text{m}$	$w_b/\text{m}$	$L_E/\text{m}$	$L_C/\text{m}$	$N_T$	$L_D/\text{m}$
162	120	2.9	14.8	22.2	24.4	4	0

表 3 浮置板轨道结构参数

Table 3 Parameters of floating-slab tracks

介质	抗弯刚度 $EI/(\text{Pa}\cdot\text{m}^4)$	单位长度质量 $m/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-1})$	垫圈弹簧常数 $k/\text{Pa}$	垫圈阻尼常数 $c/(\text{N}\cdot\text{S}\cdot\text{m}^{-2})$
钢轨	$1.00\times 10^7$	100	$4\times 10^7$	$6.30\times 10^3$
浮置板	$1.43\times 10^9$	$3.5\times 10^3$	$5\times 10^7$	$4.18\times 10^4$

表 4 模型尺寸参数

Table 4 Size parameters of model

隧道中心到地表距离 $h_0/\text{m}$	填充沟沟深 $h/\text{m}$	填充沟宽度 $b/\text{m}$	填充沟到轨道中心水平距离 $d/\text{m}$
16	8	2	6

证精度的要求, 另一方面需要保证计算效率。本文选取步长间隔为 $0.02\text{ m}^{-1}$ , Fourier 逆变换点数为 $N=1024$ , 波数积分范围为 $-10.24\sim 10.24\text{ m}^{-1}$ 。衬砌结构参数、轨道结构参数和列车荷载参数参考分别按 Hung 等<sup>[19]</sup>、Hussein 等<sup>[20]</sup>和蔡袁强等<sup>[21]</sup>选取。表 1~3 分别给出了衬砌结构、列车荷载和浮置板轨道结构参数。如图 2 所示, 根据对称性, 2.5 维有限元弹性土地基模型取一半研究, 模型总体长为 50 m, 高为 27 m, 隧道中心距离地表  $h_0=16\text{ m}$ , 隧道外径 6 m, 内径 5.4 m, 衬砌厚度 0.3 m, 隧道埋深 13 m。根据计算精度要求, 单元尺寸取 1.0 m (长) $\times$ 1.0 m (宽), 保证一个波长长度内有 6 个单元以上, 本文模型同时在靠近隧道的近场加密了网格, 如图 1 (a) 所示。本文填充沟的隔振效果采用幅值衰减比  $A_r$  进行评价:

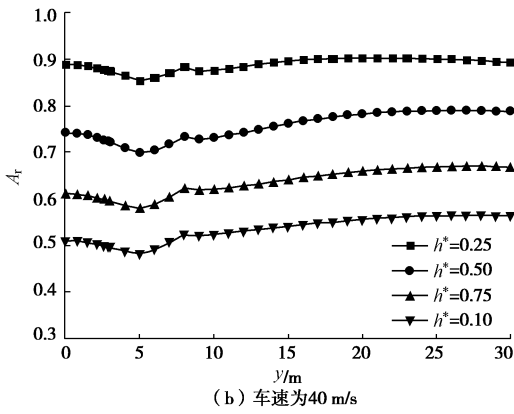
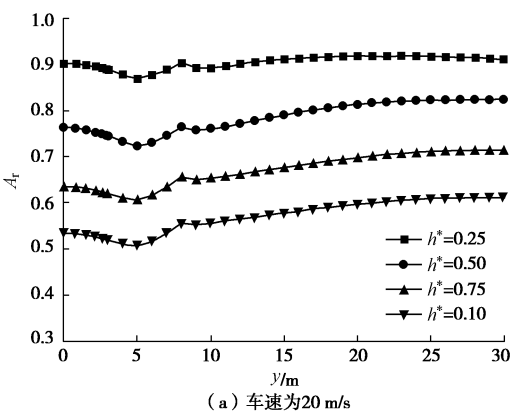
$$A_r=V_2/V_1,$$

式中,  $V_1$  为无沟时地基速度响应幅值,  $V_2$  为设置空沟后同一位置处速度响应幅值。将填充沟的深度  $h$ 、宽度  $b$  以及填充沟到轨道中心的距离  $d$  用隧道中心到地表的距离  $h_0$  进行归一化, 归一化的参数为  $h^*=h/h_0$ ,  $b^*=b/h_0$ ,  $d^*=d/h_0$ 。模型参数如无说明, 按表 4 选取。

3.1 填充沟沟深的影响

填充沟沟深  $h^*$  依次取 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 在不同车速下地表  $y$  方向的隔振效果如图 4 所示。由图 4 可知, 设置填充沟可以有效减小地表的响应。随着填充沟深度的增加, 填充沟隔振效果变好。在沟前, 随着  $y$  值的增加, 地表隔振效果变好, 而在沟后, 随着

$y$  值的增加, 地表隔振效果变差。3 种车速下, 填充沟对沟前和沟后的地表均有一定的隔振效果, 随着车速的增大, 沟前和沟后的隔振效果都不同程度地改善。设置填充沟可以有效地减小沟前和沟后一定范围内地表的振动响应; 且填充沟深度的增加也会使隔振效果变好。



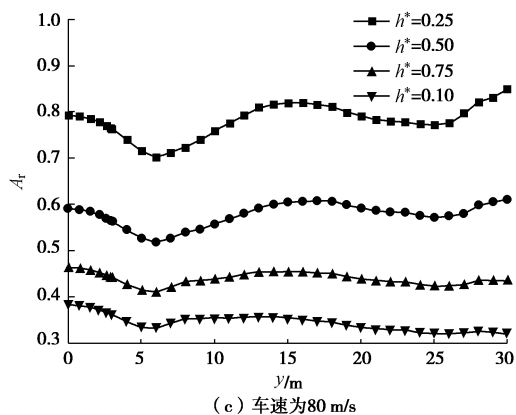


图4 不同车速下填充沟深度对隔振效果的影响

Fig. 4 Influences of  $h^*$  on  $A_r$  at different train speeds

为了进一步研究3种列车速度下,不同的填充沟深度对填充沟隔振性能的影响,本文采用地表一定范围内填充沟的平均幅值衰减比  $\bar{A}_r = \frac{1}{T} \int_a^b A_r dx$ ,  $T=b-a$ , 其中  $a=0$  m,  $b=30$  m。图5给出了不同车速下填充沟深度与平均幅值衰减比的关系。图5进一步说明,随着填充沟深度的增加,填充沟的隔振性能变好,当  $h^*$  达到1.5后,隔振效果提升速率随沟深继续增加而变缓。

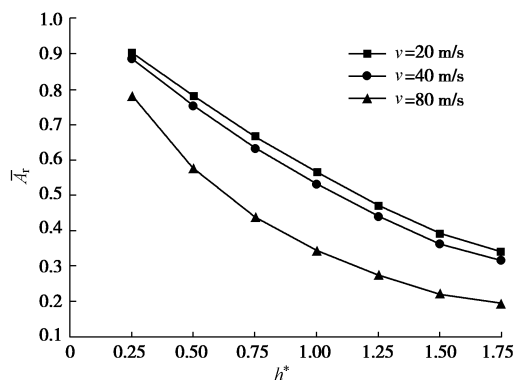


图5 不同车速下填充沟深度与平均幅值衰减比的关系

Fig. 5 Relationship between  $h^*$  and  $\bar{A}_r$  at different train speeds

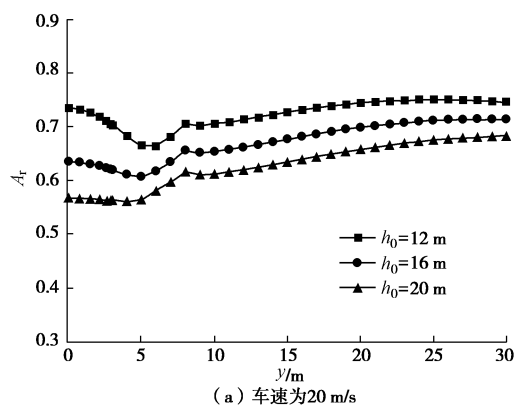
### 3.2 隧道埋深的影响

将填充沟沟深  $h^*$  取定值0.75,隧道中心到地表的距离  $h_0$  依次取12, 16, 20 m,在不同车速下地表  $y$  方向的隔振效果如图6所示。由图6可知,列车的运行速度越高,填充沟的隔振效果越好。当  $h^*$  不变时,隧道埋深变大,隔振效果变好。

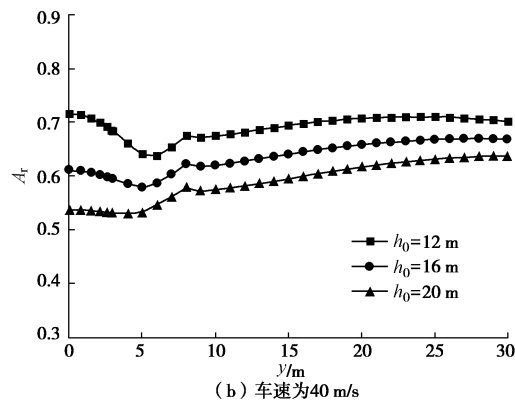
### 3.3 填充沟宽度的影响

填充沟宽度  $b^*$  依次取0.0625, 0.125和0.25,在不同车速下地表  $y$  方向的隔振效果如图7所示。由图7可知,随着填充沟宽度的增加,填充沟效果隔振效果变好。在3种沟宽条件下,列车高速运行时的隔振

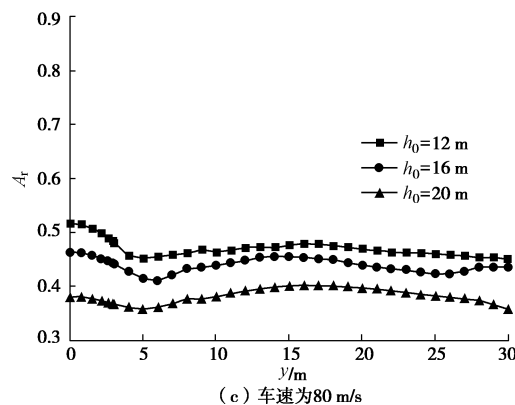
效果均较低速运行时的隔振效果有明显的增加。



(a) 车速为20 m/s

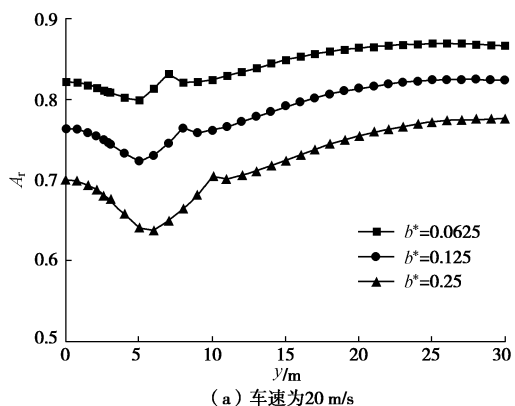


(b) 车速为40 m/s



(c) 车速为80 m/s

图6 不同车速下隧道埋深对隔振效果的影响

Fig. 6 Influences of  $h_0$  on  $A_r$  at different speeds

(a) 车速为20 m/s

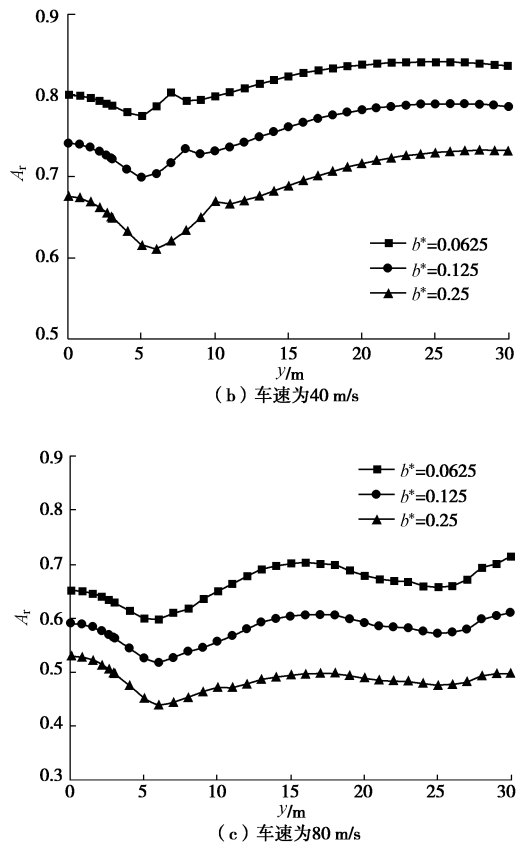


图7 不同车速下填充沟宽度对隔振效果的影响

Fig. 7 Influences of  $b^*$  on  $A_r$  at different train speeds

### 3.4 填充沟距轨道中心水平距离的影响

填充沟距轨道中心水平距离  $d^*$  依次取 0.375, 0.5, 0.625 和 0.75, 在不同车速下地表  $y$  方向的隔振效果如图 8 所示。由图 8 可知, 当填充沟距轨道中心水平距离为 0.375 时, 沟前隔振效果较好, 而沟后隔振效果较差。当填充沟距轨道中心水平距离为 0.75 时, 沟前隔振效果较差, 而沟后隔振效果较好。当填充沟距轨道中心水平距离为 0.375, 0.5 时, 隔振效果随着车速的增加而增加。当填充沟距轨道中心水平距离为 0.625 和 0.75 时, 在车速为 20, 40 m/s 时, 隔振效果随着车速的增加而增加, 而当车速上升到 80 m/s 超过土体剪切波速后, 沟前的隔振效果反而变差。

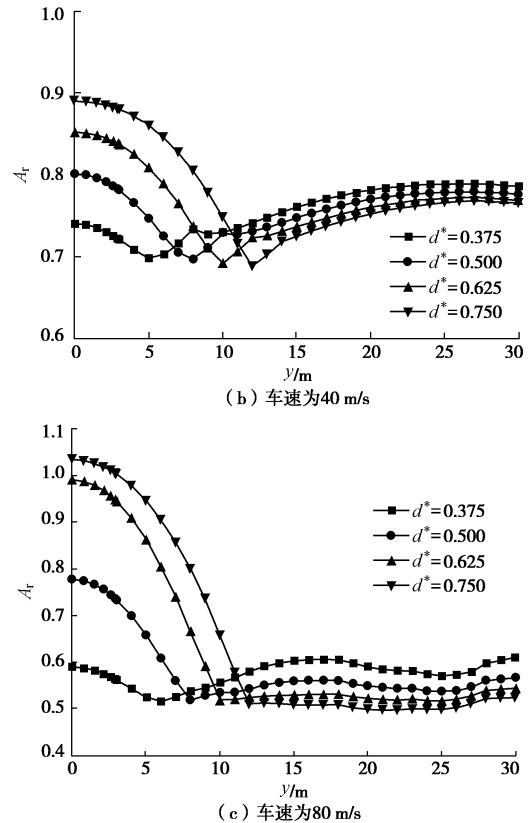
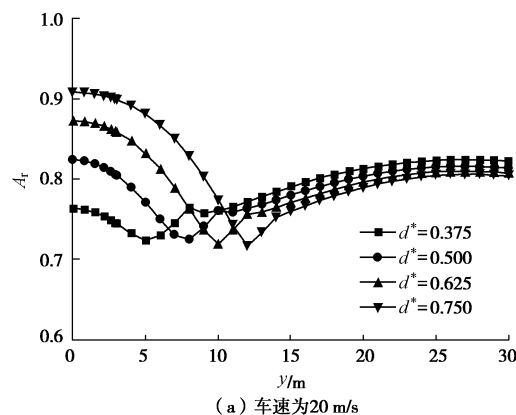


图8 不同车速下填充沟与轨道中心水平间距对隔振效果的影响

Fig. 8 Influences of  $d^*$  on  $A_r$  at different train speeds

## 4 结 论

本文采用 2.5 维有限元法, 建立了列车-轨道-浮置板-衬砌-土体-填充沟耦合作用模型。系统通过衬砌与浮置板轨道在仰拱处、衬砌与地基位移和应力连续条件, 在频域和波数域中进行耦合求解, 研究了填充沟对地铁列车荷载引起地表振动的隔振效果, 主要得出以下结论:

- (1) 填充沟隔振效果随沟深增加而显著变好, 当填充沟归一化深度  $h^*$  达到 1.5 后, 随  $h^*$  增加, 隔振效果改善速率变缓。
- (2) 当  $h^*$  为一定值, 隧道埋深增加, 填充沟隔振效果变好。
- (3) 随着填充沟距地铁距离增加, 沟前隔振效果减弱, 而沟后隔振效果改善。
- (4) 随着地铁速度增加, 隔振沟效果在沟前与沟后都显著改善。

### 参考文献:

- [1] WOODS R D. Screening of surface waves in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 94(4): 951 - 979.

- [2] AHMAD S, ALHUSSAINI T M. Simplified design for vibration screening by open and in-filled trenches[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1991, **117**(1): 67 – 88.
- [3] 高广运, 冯世进, 李 伟, 等. 三维层状地基竖向激振波阻板主动隔振分析[J]. *岩土工程学报*, 2007, **29**(4): 471 – 476. (GAO Guang-yun, FENG Shi-jin, LI Wei, et al. 3D analysis of active vibration isolation with wave impeding block in layered ground under vertical loading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, **29**(4): 471 – 476. (in Chinese))
- [4] ADAM M, VON ESTORFF O. Reduction of train-induced building vibrations by using open and filled trenches[J]. *Computers and Structures*, 2005, **83**(1): 11 – 24.
- [5] BESKOS D E, DASGUPTA B, VARDOULAKIS I G. Vibration isolation using open or filled trenches Part I: 2D homogeneous soil[J]. *Computational Mechanics*, 1986(1): 43 – 63.
- [6] YANG Y B, HUNG H H. A parametric study of wave barriers for reduction of train-induced vibrations[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1997, **40**: 3729 – 3747.
- [7] 邓亚虹, 夏唐代, 陈敬虞. 车辆动荷载作用下隔振沟响应增强区数值分析[J]. *岩土工程学报*, 2006, **28**(12): 2121 – 2127. (DENG Ya-hong, XIA Tang-dai, CHEN Jing-yu. Numerical analysis of response magnified area of vibration isolation trenches subjected to vehicle dynamic loads[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, **28**(12): 2121 – 2127. (in Chinese))
- [8] BESKOS D E, DASGUPTA B, VARDOULAKIS I G. Vibration isolation using open or filled trenches Part 2: 3D homogeneous soil[J]. *Computational Mechanics*, 1990(7): 137 – 148.
- [9] YANG Y B, HUNG H H. A 2.5D finite/infinite element approach for modelling visco-elastic bodies subjected to moving loads[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001, **51**(11): 1317 – 1336.
- [10] HUNG H H, YANG Y B, CHANG D W. Wave barriers for reduction of train-induced vibrations in soils[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2004, **130**(12): 1283 – 1291.
- [11] 高广运, 何俊锋, 李 宁, 等. 饱和地基上列车运行引起的地面振动隔振分析[J]. *岩土力学*, 2011, **32**(7): 2191 – 2198. (GAO Guang-yun, HE Jun-feng, LI Ning, et al. Analysis of isolating ground vibration induced by trains running on saturated ground[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(7): 2191 – 2198. (in Chinese))
- [12] 陈功奇, 高广运. 层状地基中填充沟对不平顺列车动荷载的隔振效果研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, **33**(1): 144 – 153. (CHEN Gong-qi, GAO Guang-yun. Vibration screening effect of in-filled trenches on train dynamic loads of geometric irregular track in layered grounds[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2014, **33**(1): 144 – 153. (in Chinese))
- [13] VAN HOORICKX C, SCHEVENELS M, LOMBAERT G. Double wall barriers for the reduction of ground vibration transmission[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2017, **97**: 1 – 13.
- [14] 巴振宁, 梁建文, 王靖雅. 空沟对层状饱和地基中列车移动荷载的隔振性能研究[J]. *岩土工程学报*, 2017, **39**(5): 848 – 858. (BA Zhen-ning, LIANG Jian-wen, WANG Jing-ya. Isolation effect of an open trench against train-induced vibrations in a saturated layered ground[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, **39**(5): 848 – 858. (in Chinese))
- [15] BALENDRA T, CHUA K H, LO K W, et al. steady-state vibration of subway-soil-building system[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, **115**(1): 145 – 162.
- [16] ZHANG Sheng-long, WANG Wen-bin, WU Zong-zhen. Effect of periodic pile row in subway vibration isolation[J]. *Procedia Engineering*, 2017, **199**: 302 – 309.
- [17] DEEKS A J. Axisymmetric time-domain transmitting boundaries[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1994, **120**(1): 25 – 42.
- [18] EASON G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force[J]. *International Journal of Engineering Sciences*, 1965, **2**(6): 581 – 609.
- [19] HUNG H H, CHEN G H, YANG G H. Effect of railway roughness on soil vibrations due to moving trains by 2.5D finite/infinite element approach[J]. *Engineering Structures*, 2013, **57**: 254 – 266.
- [20] HUSSEIN M F M, HUNT H E M. Modelling of floating-slab tracks with continuous slabs under oscillating moving loads[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, **297**(1/2): 37 – 54.
- [21] 蔡袁强, 王 玉, 曹志刚. 移动荷载作用下饱和地基上板式轨道动力分析[J]. *振动工程学报*, 2011, **24**(1): 48 – 54. (CAI Yuan-qiang, WANG Yu, CAO Zhi-gang. Dynamic response of slab track and saturated soil subjected to a moving train load[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2011, **24**(1): 48 – 54. (in Chinese))