

DOI: 10.11779/CJGE202007018

# 土-水特征曲线对非饱和砂土抗剪强度的影响

翟 钱<sup>1, 2</sup>, 戴国亮<sup>1, 2</sup>, 赵学亮<sup>1, 2</sup>

(1. 东南大学混凝土及预应力混凝土结构教育部重点实验室, 江苏 南京 210096; 2. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 210096)

**摘要:** 因非饱和土的剪切试验设备成本比较高, 通过间接手段估测非饱和土抗剪强度的方法日受歡迎, 其中通过土-水特征曲线进行估测的方法最为普遍。通过修正传统毛细模型, 结合概率统计学理论, 为通过土-水特征曲线估测非饱和土抗剪强度的计算方法提供理论依据, 并提出相关数学表达式。对比公式的估算值和现有文献的试验数据, 发现估算值和试验数据基本吻合。此外, 还发现很多文献中土-水特征曲线试验土样和非饱和土剪切试验土样并不在同一应力状态, 如果忽略这样的应力状态差异, 会增大估测的误差。因此, 建议对传统张力仪或压力板试验的土-水特征曲线进行相关修正后再用以估测非饱和土抗剪强度。

**关键词:** 孔径分布; 非饱和土抗剪强度; 修正毛细模型; 土-水特征曲线; 统计模型

中图分类号: TU42; P66 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2020)07-1341-09

作者简介: 翟 钱(1982—), 男, 博士, 副教授, 主要从事非饱和土力学等方面的教学和科研工作。E-mail: 101012332@seu.edu.cn。

## Effect of soil-water characteristic curve on shear strength of unsaturated sandy soils

ZHAI Qian<sup>1, 2</sup>, DAI Guo-liang<sup>1, 2</sup>, ZHAO Xue-liang<sup>1, 2</sup>

(1. Key Laboratory of Concrete and Prestressed Concrete Structure of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** The experimental measurements of the shear strength of unsaturated soils are uncommonly employed in the practical engineering because the unsaturated experimental measurements are time-consuming and costly. Instead, the shear strength of unsaturated soils is commonly estimated from the soil-water characteristic curve (SWCC). In this study, an improved capillary model and a new mathematical equation are proposed for the estimation of the shear strength of unsaturated soils from the SWCC. The proposed equation is verified by the experimental data from the published literatures. It is observed that the soil specimen prepared for the SWCC tests may not be in the same stress state as that prepared for the shearing tests. In other words, the measured SWCC from the conventional Tempe cell and pressure plate may not agree with that of the specimen in the shearing tests. As a result, errors may be introduced in the estimated results of the shear strength of unsaturated soils. Consequently, the SWCCs obtained from the conventional method should be corrected for the estimation of the shear strength of the unsaturated soils with a high confining pressure.

**Key words:** pore-size distribution; shear strength of unsaturated soils; improved capillary model; soil-water characteristic curve; statistical model

## 0 引言

岩土结构的稳定性在很大程度上由土体的抗剪强度控制, 了解土体的抗剪强度对岩土工程设计有着十分重要的意义。在部分区域, 因地下水位比较低, 土体呈非饱和状态, 这样很有必要掌握非饱和土的抗剪强度。非饱和土的剪切试验耗时长, 成本高。因此, 非饱和土的剪切试验并未在工程实践中得以普遍推广。作为间接手段, 土-水特征曲线通常被用以估测非饱和土的抗剪强度<sup>[1-2]</sup>。但是, 同一土样会因为其应力状态

的不同而土-水特征曲线也会有所差异, 这种差异对非饱和土抗剪强度估测结果的影响还没有得到充分认识。

本文从非饱和土体中水汽分界面入手, 对非饱和土体作微观单元力学分析, 阐释水汽分界面对土框架的作用; 结合简化毛细模型, 构建非饱和砂土抗剪强

基金项目: 中国华能集团有限公司科技项目(HNKJ19-H17); 国家电网鲁能集团有限公司科技项目(SGDC0000KXJS1900137); 国家自然科学基金项目(51878160)

收稿日期: 2019-07-25

度的数学公式，并选用文献中的试验数据验证本文提出的计算公式。另外，对比不同应力状态下的土-水特征曲线，深入探讨土-水特征曲线对非饱和砂土抗剪强度的影响。

## 1 当前国内外研究现状

莫尔-库仑强度准则是工程界普遍运用的一条土体强度准则，认为土体的抗剪强度主要贡献于两个因素，即黏聚力和摩擦角：

$$\tau_{ff} = c' + (\sigma_f - u_w)_f \tan \varphi', \quad (1)$$

式中， $\tau_{ff}$ 为土体产生剪切破坏时的抗剪强度； $c'$ 为土体的有效黏聚力； $(\sigma_f - u_w)$ 为有效应力； $\varphi'$ 为有效内摩擦角。

式(1)只适用于饱和土体的抗剪强度，Bishop<sup>[3]</sup>把太沙基经典土力学理论中的有效应力原理延伸到非饱和土力学，并提出非饱和土抗剪强度计算公式如下：

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w)] \tan \varphi', \quad (2)$$

式中  $\tau$  为非饱和土体产生剪切破坏时的抗剪强度； $\sigma$  为正应力； $u_a$  为孔隙气压力； $u_w$  为孔隙水压力； $\chi$  为有效应力参数，和土体的饱和度有关。

Biot<sup>[4]</sup>首次提出单应力难以描述非饱和土的工程性质，并建议用双应力模型取代单应力模型来描述非饱和土的应力-应变关系。Jennings 等<sup>[5]</sup>指出非饱和土的抗剪强度因正应力变化引起的增幅不同于因基质吸力变化引起的增幅。考虑单应力模型的不足，Fredlund<sup>[6]</sup>提出了非饱和土抗剪强度的双应力模型：

$$\tau_{ff} = c' + (\sigma_f - u_a)_f \tan \varphi' + (u_a - u_w)_f \tan \varphi^b, \quad (3)$$

式中， $\tan \varphi^b$  反映抗剪强度与基质吸力相关的增加率。

Bishop 的单应力模型和 Fredlund 的双应力模型分别含有参数  $\chi$  和  $\varphi^b$ ，这两个参数通常通过拟合试验数据得到。Fung<sup>[7-8]</sup>指出应力变量应该区别于土体的物理特性。应力变量描述土体承受的外加应力状态（如应力、有效应力、剪切应力等），物理特性描述土体独有的材料属性（如级配、液限、含水率等）。很多文献把饱和度作为应力变量用以描述非饱和土的抗剪强度，这样造成对应力变量的定义不够严谨。陈正汉等<sup>[9-10]</sup>认为把含水率作为应力变量缺乏科学性。陈正汉等<sup>[10]</sup>指出所有应力状态变量都具有应力的量纲，单纯孔隙率或饱和度及其组合都不构成应力状态变量。为了保持应力变量定义的严谨性，本文只考虑净正应力 $(\sigma - u_a)$  和基质吸力 $(u_a - u_w)$  作为非饱和土抗剪强度的应力变量。

大部分非饱和土的工程性质都可以和土-水特征曲线产生一定的关联。近期研究<sup>[11-19]</sup>发现，非饱和土的蓄水能力、水力特性、抗剪强度都和土体的孔径分

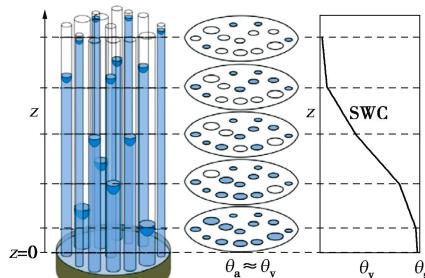
布状态有着密不可分的关系。Diamond<sup>[20]</sup>指出土-水特征曲线可以描述土体中的孔径分布状态，Fredlund 等<sup>[21]</sup>基于孔径分布函数是土-水特征曲线方程的导数这一假设提出著名的土-水特征曲线模型（即 F-X 模型）。Zhai 等<sup>[12]</sup>指出只有在土体变形可以忽略不计的情况下，土-水特征曲线才可以等同于孔径分布函数。近期，陈正汉<sup>[22]</sup>、黄海等<sup>[23]</sup>、方祥位等<sup>[24]</sup>、章峻豪等<sup>[25]</sup>、Mendes<sup>[26]</sup>、Wijaya 等<sup>[27]</sup>和 Gao 等<sup>[28]</sup>指出同一土样会因初始孔隙比或应力状态的不同，其土-水特征曲线也会有所差异。这种差异对采用土-水特征曲线估测非饱和土抗剪强度精度的影响暂未有深入的研究。

## 2 理论研究及公式推导

针对传统毛细模型的部分缺陷，笔者对其做了相应的修正，并根据修正后的毛细模型，对非饱和土体中弯液面进行力学分析，提出采用土-水特征曲线估测非饱和土抗剪强度的计算公式。最后，笔者对采用土-水特征曲线估测非饱和土抗剪强度的这种计算方法作了一些反思和讨论。

### 2.1 对传统毛细模型的修正

毛细模型通常被用以描述在某一吸力作用下残留在土体中的含水率，见图 1。Millington 等<sup>[29]</sup>和 Mualem<sup>[30]</sup>把该模型形象地称为圆柱形毛细血管束(BCC)模型。Zhai<sup>[10]</sup>指出 BCC 模型有以下 5 点缺陷：①只有单个毛细管模拟土体中相同孔径的孔隙，无法模拟不同孔径孔隙的分布密度；②吸力水头的大小是基于毛细定律，在毛细管中的总的含水率（水头高度乘以毛细管的截面面积）和非饱和土中的含水率不一致；③BCC 模型中单个毛细管中水的进出是一个活塞运动（基于毛细定律，在吸力小于毛细管内径等效吸力时，管中水完全存留在管中，在吸力大于毛细管内径等效吸力时，管中水被完全排出），这与水分在孔隙中迁移的实际状态明显不符；④这些毛细管没有相互连接，因此无法用以描述水分在非饱和土中迁移的规律；⑤因这些毛细管没有相互连接，BCC 模型无法解释“墨水瓶”滞后现象。



SWC 为土-水特征曲线， $z$  为吸力水头， $\theta_v$  为体积含水率

图 1 传统毛细模型<sup>[31]</sup>

Fig. 1 Conventional capillary model<sup>[31]</sup>

针对以上缺陷, 笔者对传统 BCC 模型进行相应的修正。空气进入不规则孔隙时, 会在孔隙中心先形成一个尽可能大的气泡(此时吸力被定义为进气值), 随着吸力的不断增大, 水汽分界面不断向孔隙边角移动, 直到孔隙中的水分被完全排出, 如图 2 所示。由此可见, 水分从不规则孔隙中排出过程并非是活塞运动, 因此, 很有必要把单个不规则孔隙划分为系列不同大小的毛细管, 如图 3 所示。这样, 随着吸力的增加, 总有一部分水保留在孔径比较小的毛细管中, 与水分在不规则孔隙中的残留比较吻合。



图 2 水分在孔隙中的迁移过程

Fig. 2 Movement of water in pores

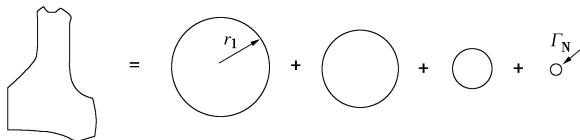


图 3 不规则孔隙简化为系列不同尺寸的毛细管

Fig. 3 Simplification of irregular pores into a series of capillary tubes with different radii

在土体中, 不规则的孔隙尺寸不一, 相近尺寸孔径的数量也不尽相同, 并且这些孔隙均为随机分布。这样, 土体单元截面上的孔隙可以简化成一系列大小不同的毛细孔, 这些毛细孔在土体单元随机分布, 并和相邻土体单元的毛细孔互相连接如图 4 所示。Zhai 等<sup>[15]</sup>假设土体中孔径的三维分布可以简化为二维分布, 并提出土体的孔隙比和不同孔径孔隙的分布函数分别为

$$\sum A_{\text{pore}} = \sum_{i=1}^N n_i \pi r_i^2, \quad (4)$$

$$f(r_i) = \frac{n_i \pi r_i^2}{\sum_{i=1}^N n_i \pi r_i^2}. \quad (5)$$

式中  $\sum A_{\text{pore}}$  为单元截面上所有毛细孔的面积;  $n_i$  为孔径为  $r_i$  毛细孔的数量,  $n_i$  的大小定义了孔径为  $r_i$  毛细孔的分布密度;  $r_1$  为毛细孔的最大半径;  $r_N$  为毛细孔的最小半径。

如果不考虑土体变形, 结合式 (4), (5), 土-水特征曲线可以看作孔径分布函数的积分, 如图 5 所示。因此, 对于没有明显体积变形的砂土, 土-水特征曲线

可以等同于孔径分布函数。

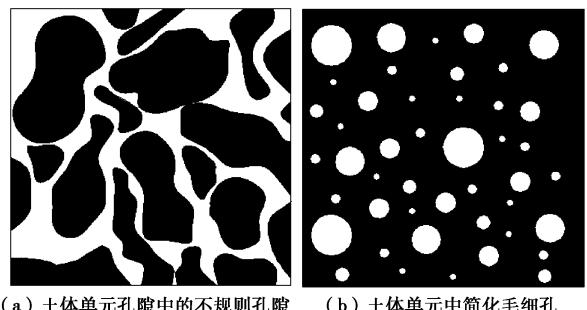


图 4 土体单元孔隙的简化

Fig. 4 Simplification of soil element

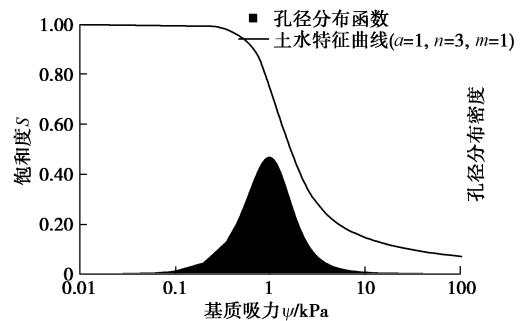


图 5 孔径分布函数和土水特征曲线的关系

Fig. 5 Illustration of pore-size distribution function and soil-water characteristic curve

相对图 1 中的 BCC 模型, 图 4 中的简化模型有以下 3 点优势: ①不再采用单个毛细管模拟土体中的孔隙, 而把不规则孔隙拆分为多个不同大小的毛细管, 可以更加合理地模拟水分在不同吸力情况下在土体中的残留量; ②毛细管在每一土体单元随机分布, 并和相邻单元上的毛细管相互连通, 这样可以合理地描述非饱和土在不同吸力作用下的渗透能力; ③图 6 中  $F$  为表面张力的反作用力,  $F_c$  为  $F$  对土颗粒框架产生压缩的一个分量,  $F_p$  为  $F$  对土颗粒之间产生牵引的一个分量。不同毛细管的数量由孔径分布函数所决定, 也就是说图 4 中的简化模型是和孔径分布函数的概念是相统一的。

## 2.2 非饱和土抗剪强度公式的推导

在气体进入土体时, 颗粒间孔隙中的水分会被部分排出, 并在颗粒间形成一个弯液面, 如图 6 所示。采用修正后的毛细模型, 土体中的孔隙可以简化为对应的毛细管。因此, 图 6 可简化为图 7 (a)。

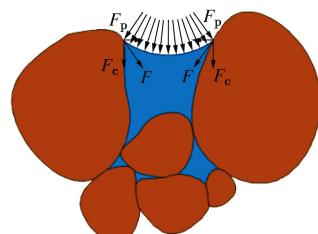


图 6 土颗粒间的弯液面

Fig. 6 Illustration of meniscus between two soil particles

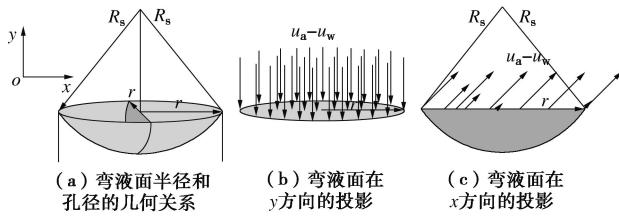


图 7 弯液面简化分析模型

Fig. 7 Simplified model for meniscus

图 6, 7 与 Fredlund 等<sup>[1]</sup>所介绍的模型类似。图 7 中  $R_a$  为弯液面的半径,  $r$  为简化毛细管的半径,  $\alpha$  定义了  $r$  和  $R_s$  的几何关系,  $\sin \alpha = r/R$ 。如图 7 (b) 所示, 单个弯液面对土框架产生的压缩作用可以通过基质吸力乘以弯液面在  $y$  方向的投影 (即毛细管的截面面积) 来计算, 表达式为

$$\sigma_{ci} = (u_a - u_w) \pi r_i^2. \quad (6)$$

式中  $\sigma_{ci}$  为弯液面对孔径为  $r_i$  两侧土颗粒产生的压缩应力;  $(u_a - u_w)$  为基质吸力;  $r_i$  为简化毛细管的半径。

单个弯液面对土颗粒产生的相互牵引作用可以通过基质吸力乘以弯液面在  $x$  方向的投影 (即图 7 (c) 所示弓形面积) 进行计算。因为弓形面积是由  $R_s$  和  $r$  共同决定的, 弓形的面积可以通过毛细管的截面面积乘以一个系数直接求解(具体推导过程见附录)。因此, 弯液面对土框架产生压缩作用的同时, 也会对土颗粒产生相互的牵引作用, 这种牵引作用也可以用压缩应力表示为

$$p_{si} = \frac{1}{\pi} \left[ \left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 \alpha_i - \sqrt{\left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 - 1} \right] \sigma_{ci}, \quad (7)$$

式中, 作用力  $p_{si}$  为弯液面对孔径为  $r_i$  的两侧土颗粒产生的牵引,  $\psi_i$  为基于毛细定律转换毛细管半径  $r_i$  所得的吸力,  $\psi_m$  为非饱和土体中的吸力,  $\alpha_i$  定义了  $r_i$  和  $R_s$  的几何关系,  $\sin \alpha_i = r_i/R_s$ 。式 (7) 的详细推导请参考附录及参考文献[11]。

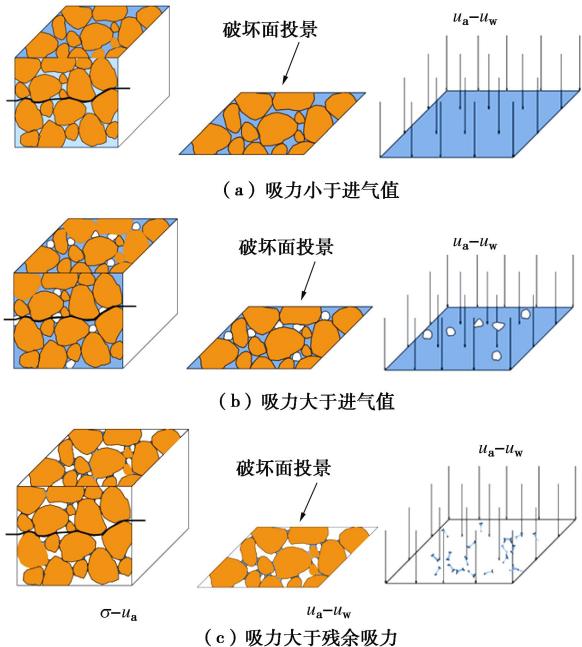
当吸力小于进气值时, 在破坏面上水项是连续的, 因此其有效面积也是覆盖整个破坏面投影, 如图 8 (a) 所示。当吸力大于进气值时, 破坏面上的水不再覆盖整个剪切破坏面, 其有效面积会相对减少, 如图 8 (b) 所示。在吸力大于残余吸力时, 破坏面投影上水覆盖的面积进一步减少, 但并不等于 0, 如图 8 (c) 所示。

由图 8 可知, 单元体破坏面上水的面积和土体的饱和度是一致的, 这样弯液面对土框架产生的附加压缩应力和颗粒间的附加牵引力 (或毛细黏合力) 计算表达式为

$$\sigma_c = (u_a - u_w) \frac{\sum_{i=1}^N n_i \pi r_i^2}{\sum_{i=1}^N n_i \pi r_i^2} = (u_a - u_w) S_r. \quad (8)$$

$$p_{si} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 \alpha_i - \sqrt{\left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 - 1} \right] \sigma_{ci}, \quad (9)$$

式中,  $S_r$  为饱和度。

图 8 土体在不同吸力状态下因弯液面造成对土颗粒框架的压缩应力<sup>[11]</sup>Fig. 8 Illustration of compression on soil skeleton due to meniscus under different suction levels<sup>[11]</sup>

最终, 当土体呈非饱和状态时, 弯液面对土框架产生一个附加的正应力和一个附加的毛细黏合力。结合莫尔-库仑准则,  $\sigma_c \tan \varphi'$  定义了因弯液面产生的附加正应力对土体抗剪强度的增强, 而  $p_{si}$  定义了因弯液面产生的附加毛细黏合力。据此, 非饱和土抗剪公式为

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + S_r (u_a - u_w) \tan \varphi' + \sum_{i=1}^N \frac{1}{p} \left[ \left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 \alpha_i - \sqrt{\left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 - 1} \right] \cdot (u_a - u_w) [S_r(\psi_i + 1) - S_r(\psi_i)]. \quad (10)$$

式 (10) 的详细推导过程请参考文献[11]。

### 2.3 对式 (8) 的反思

在式 (8) 的推导过程中, 土-水特征曲线被用以计算在破坏面上的有效面积。土-水特征曲线对土体中水分的定义包含了土体中所有的水分, 而 Plaster<sup>[32]</sup>认为围绕在土颗粒附近的水分主要可分为吸湿水和毛细水, 如图 9 所示。毛细水的影响范围为 0~3100 kPa(31bar), 吸力超过 3100 kPa 以后, 土颗粒周围主要是吸湿水, 主要受土颗粒的吸附力所控制。Plaster<sup>[32]</sup>也指出, 毛细水主要受毛细吸力呈液态在土体中移动,

而吸湿水往往呈气态在土体中迁移。因此只有毛细水才可能制造弯液面, 吸湿水是无法形成弯液面的。

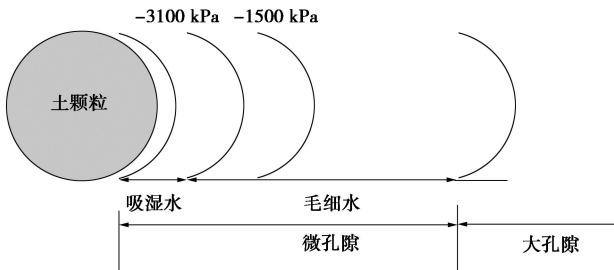


图 9 土颗粒周围不同状态的水<sup>[32]</sup>

Fig. 9 Illustration of different types of water around soil particles<sup>[32]</sup>

另外, Pepper<sup>[33]</sup>指出, 在部分土颗粒内部会因为微生物的作用产生一些团聚体内孔隙, 如图 10 所示。这些团聚体内孔隙是独立存在的, 与团聚体间孔隙是没有联通的。因此团聚体内孔隙中的水分也不会形成弯液面, 并且会以气态的形式在土体中迁移。因此, 在采用土-水特征曲线估测非饱和土抗剪强度时是不应该考虑吸湿水和团聚体内孔隙中的水分。因此, 需要对传统土-水特征曲线进行相应的修正(移除吸湿水和团聚体内孔隙中的水分), 如图 11 所示。

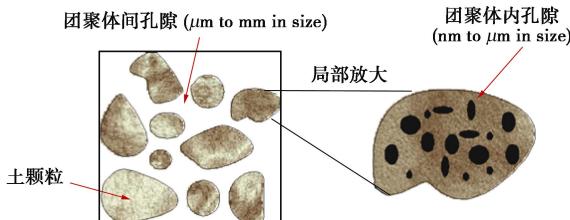


图 10 团聚体间孔隙和团聚体内孔隙<sup>[33]</sup>

Fig. 10 Illustration of inter-aggregate and intra-aggregate pores

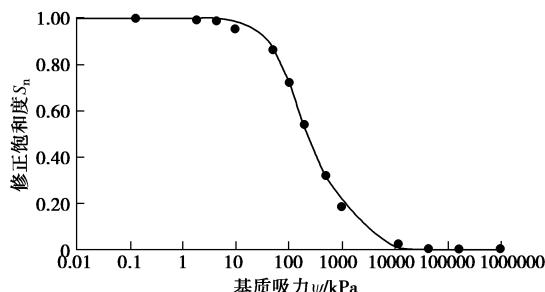


图 11 修正后的土-水特征曲线

Fig. 11 Illustration of modified soil-water characteristic curve

考虑移除吸湿水和团聚体内孔隙中的水分, 式(10)可以修正为

$$\begin{aligned} \tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + \frac{S_r - S'_r}{1 - S'_r} (u_a - u_w) \tan \varphi' + \\ \sum_{i=1}^N \frac{1}{\pi} \left[ \left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 \alpha_i - \sqrt{\left( \frac{\psi_i}{\psi_m} \right)^2 - 1} \right] (u_a - u_w) [S_r(\psi_i + 1) - S'_r(\psi_i)] \end{aligned} \quad (11)$$

### 3 试验数据验证

选取 3 组试验数据, 包括压实高岭土<sup>[34-35]</sup>、风化花岗岩<sup>[36]</sup>、印度 Head Till<sup>[37]</sup>验证本文推导出的公式。压实高岭土、风化花岗岩和印度 Head Till 的土-水特征曲线如图 12。参考文献[34, 35], 压实高岭土只有一组围压为 100 kPa 的试验数据, 并给了在围压 ( $\sigma_3 - u_a$ ): 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa 下的进气值。因此, 根据不同进气值和围压 100 kPa 下的土-水特征曲线, 笔者估算出了在 200 kPa 和 300 kPa 围压下的土-水特征曲线。同时, 文献[37]也没有印度 Head Till 具体的试验数据, 但是给出了拟合参数, 笔者根据拟合参数生成了印度 Head Till 的土-水特征。

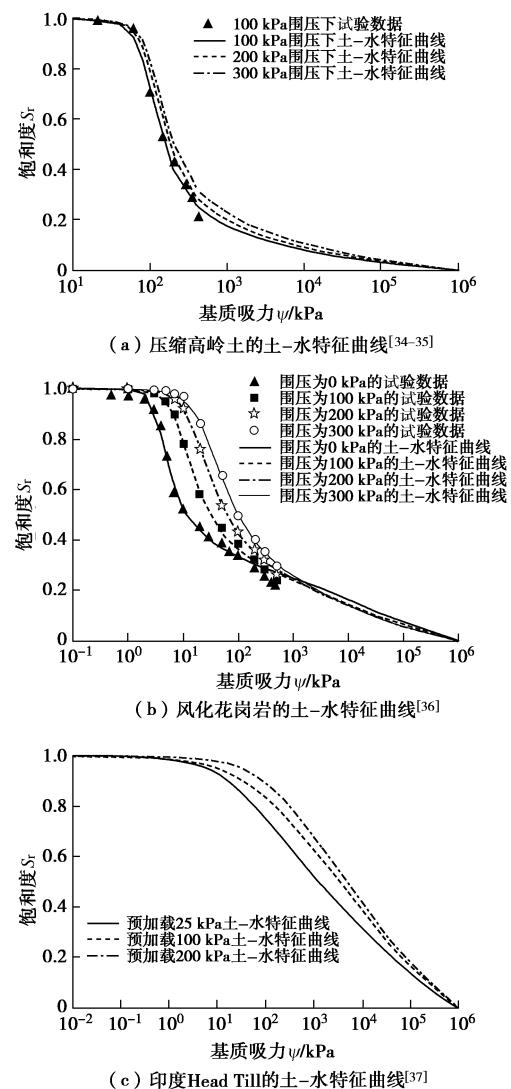


图 12 压实高岭土、风化花岗岩和印度 Head Till 的土-水特征曲线

Fig. 12 Experimental data of soil-water characteristic curve for compacted kaolin, weathered granite and Indian Head Till  
Fredlund 等<sup>[21]</sup>用公式拟合土-水特征曲线的试验

数据, 拟合参数如表 1。压实高岭土、风化花岗岩和印度 Head Till 的非饱和抗剪强度的试验数据如图 13 所示。

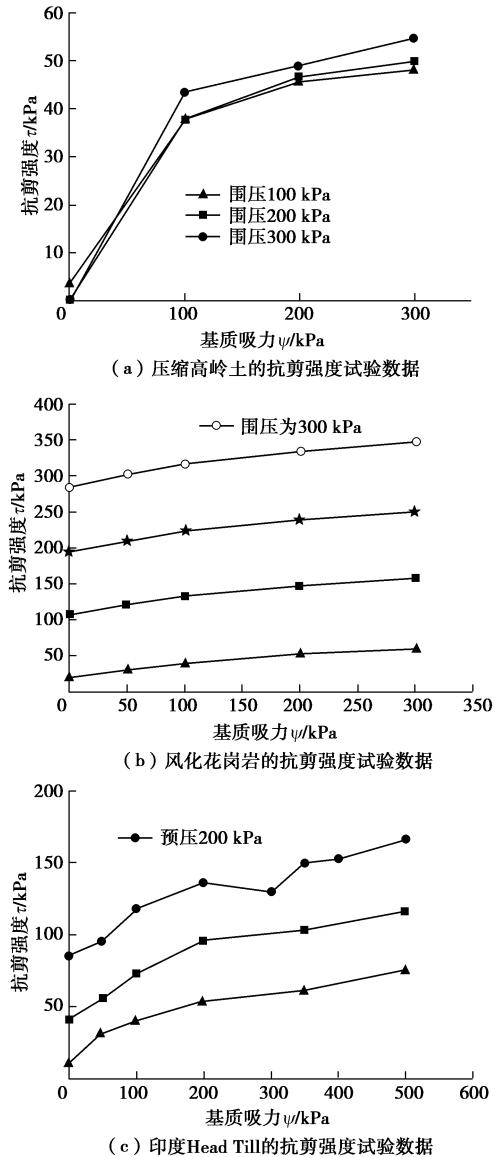


图 13 压实高岭土、风化花岗岩和印度 Head Till 的抗剪强度试验数据

Fig. 13 Experimental data of shear strength of unsaturated compacted kaolin, weathered granite, and Indian Head Till

将表 1 中的拟合参数代入式(11), 可以直接计算非饱和土的抗剪强度, 如图 14 所示(具体计算原理请参考文献[9])。

如图 14 所示, 采用孔径分布的概念, 通过土-水特征曲线估算的非饱和抗剪强度与试验结果比较吻合。因此, 式(11)可以有效估测非饱和土的抗剪强度。另外, 在传统土-水特征曲线测量试验中, 围压往往是 0 kPa, 此时测量的土-水特征曲线是否还可以用以估测不同围压下的非饱和抗剪强度。为了探究这个问题, 笔者选用单一土-水特征曲线(0 kPa 围压或者试验过程中的最小围压)再次估算这 3 种非饱和抗剪

强度, 计算结果如图 15。

表 1 压实高岭土、风化花岗岩和印度 Head Till 土水特性曲线的拟合参数

Table 1 The SWCC fitting parameters for compacted kaolin, weathered granite and Indian Head Till

土样	围压/kPa	F-X 模型 <sup>[21]</sup> 参数			
		a/kPa	n	m	C <sub>r</sub>
压缩高岭土	100	83.40	3.76	0.74	1500
压缩高岭土	200	95.00	3.80	0.70	1500
压缩高岭土	300	101.00	3.80	0.65	1500
风化花岗岩	0	3.26	4.12	0.41	1500
风化花岗岩	100	7.67	2.60	0.53	1500
风化花岗岩	200	14.72	2.07	0.61	1500
风化花岗岩	300	23.85	1.89	0.65	1500
印度 Head Till	预压 25	34.10	0.80	0.57	3000
印度 Head Till	预压 100	71.40	0.66	0.54	3000
印度 Head Till	预压 200	125.20	0.81	0.45	3000

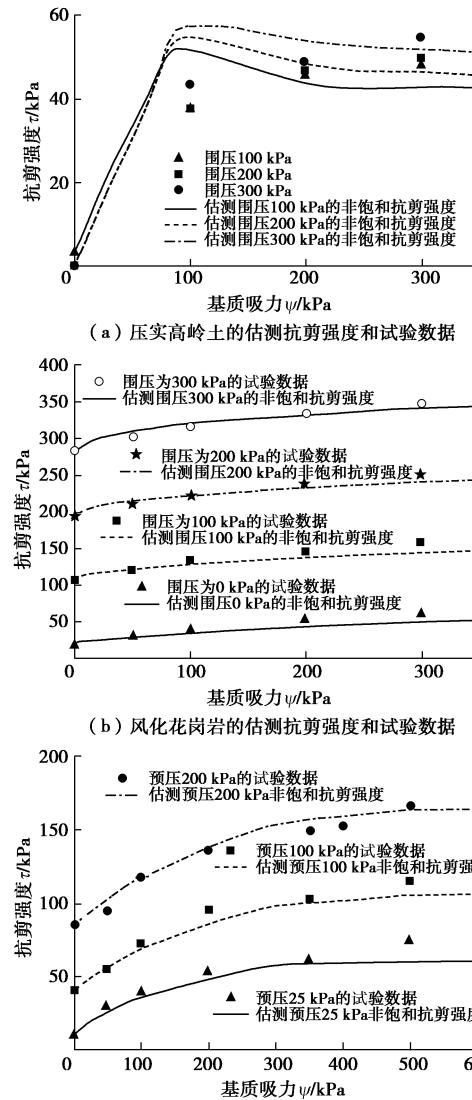


图 14 压实高岭土、风化花岗岩和印度 Head Till 估测抗剪强度和试验数据的比较

Fig. 14 Comparison between estimated results and measured data of shear strength for unsaturated compacted kaolin, weathered granite, and Indian Head Till

如图15所示, 如果采用单一的土-水特征曲线估测土体在不同应力状态下(如: 不同围压下)的抗剪强度, 会造成较大的误差。换言之, 准确的孔径分布函数对估算非饱和土抗剪强度的精度有着十分重要的影响。因为传统土-水特征曲线大部分是在0围压的情况下测量的(张力仪、张力板等), 在采用这些数据估测土体在不同应力状态下的抗剪强度需要对土-水特征曲线作必要的修正。

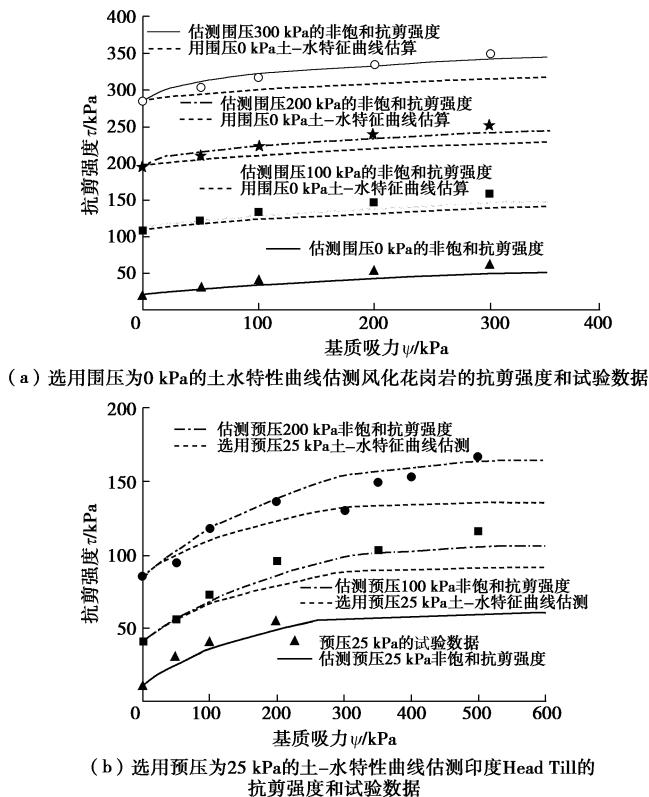


图15 选用单一土-水特征曲线估测风化花岗岩和印度Head Till估测抗剪强度和试验数据的比较

Fig. 15 Comparison between estimated results using single SWCC and measured data of shear strength for unsaturated weathered granite and Indian Head Till

## 4 结语

本文通过对传统毛细模型的修正, 对单个弯液面进行力学分析并结合概率统计理论, 最终推导采用土-水特征曲线估测非饱和砂土抗剪强度的计算公式。同时, 笔者也建议对传统土-水特征曲线进行修正, 移除传统土-水特征曲线中的吸湿水和团聚体内孔隙中的水分, 再用修正后的土-水特征曲线估测非饱和砂土的抗剪强度。

笔者也深入探讨了对于同一土样, 选用不同土-水特征曲线对估测非饱和砂土抗剪强度的影响。计算结果发现, 选用的土-水特征曲线对估算非饱和砂土抗

剪强度的精度有着十分重要的影响。因此, 建议对传统土-水特征曲线的测量结果进行必要修正, 用以计算在不同应力状态下(或不同密实度)的非饱和土抗剪强度, 这一结论等同于陈正汉等<sup>[10-38]</sup>的观点。本文所有计算都是基于脱湿过程的土-水特征曲线, 因此本文计算公式只适用土体在脱湿过程中的抗剪强度, 并不适用土体在湿润过程中的抗剪强度。

## 参考文献:

- [1] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil Mechanics for Unsaturated Soil[M]. New York: Wiley, 1993.
- [2] FREDLUND D G, RAHARDJO H, FREDLUND M D. Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice[M]. New York: Wiley, 2012.
- [3] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. Teknisk Ukeblad, Norwegian Geotechnical Institute, 1959, **106**(39): 859 - 863.
- [4] BIOT M A. General theory for three-dimensional consolidation[J]. Journal of Applied Physics, 1941, **12**(2): 155 - 164.
- [5] JENNINGS J E B, BURLAND J B. Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils[J]. Géotechnique, 1962, **12**(2): 125 - 144.
- [6] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER A, et al. Shear strength of unsaturated soils[J]. Can Geotech J, 1978, **15**: 313 - 321
- [7] FUNG Y C. Foundations of Solid Mechanics[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1965.
- [8] FUNG Y C. A First Course in Continuum Mechanics[M]. 2nd ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1977.
- [9] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学的基本理论研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(2): 201 - 272. (CHEN Zheng-han. On basic theories of unsaturated soils and special soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(2): 201 - 272. (in Chinese))
- [10] 陈正汉, 秦冰. 非饱和土的应力状态变量研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(1): 1 - 11. (CHEN Zheng-han, QIN Bing. On stress state variables of unsaturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(1): 1 - 11. (in Chinese))
- [11] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Estimation of unsaturated shear strength from soil-water characteristic curve[J]. Acta Geotechnica, 2019, **14**(6): 1977 - 1990.
- [12] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Role of pore-size distribution function on the water follow in soil[J].

- Journal of Zhejiang University (Science A), 2019, **20**(1): 10 – 20.
- [13] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. A pore-size distribution function based method for estimation of hydraulic properties of sandy soils[J]. Engineering Geology, 2018, **246**: 288 – 292.
- [14] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Estimation of air permeability from soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, **56**(4): 505 – 513.
- [15] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Uncertainty in the estimation of hysteresis of soil-water characteristic curve[J]. Environmental Geotechnics, 2019, **6**(4): 204 – 213.
- [16] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Effect of bimodal soil-water characteristic curve on the estimation of permeability function[J]. Engineering Geology, 2017, **230**: 142 – 151.
- [17] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Effects of residual suction and residual water content on the estimation of permeability[J]. Geoderma, 2017, **303**: 165 – 177.
- [18] ZHAI Q, RAHARDJO H, SATYANAGA A, et al. Variability in unsaturated hydraulic properties of residual soil in Singapore[J]. Engineering Geology, 2016, **209**: 21 – 29.
- [19] ZHAI Q, RAHARDJO H. Estimation of permeability function from the Soil-Water Characteristic Curve[J]. Engineering Geology, 2015, **199**: 148 – 156.
- [20] DIAMOND S. Pore size distributions in clay[J]. Clays & Clay Minerals, 1970, **18**: 7 – 23.
- [21] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(3): 521 – 532.
- [22] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(1): 82 – 90. (CHEN Zheng-han. Deformation, strength, yield and moisture change of a remolded unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(1): 82 – 90. (in Chinese))
- [23] 黄 海, 陈正汉, 李 刚. 非饱和土在  $P-S$  平面上的屈服轨迹及土-水性特征曲线的探讨[J]. 岩土力学, 2000, **21**(4): 316 – 321. (HUANG Hai, CHEN Zheng-han, LI Gang. A study on yield locus of unsaturated soils on  $p-s$  plane and soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(4): 316 – 321. (in Chinese)).
- [24] 方祥位, 陈正汉, 孙树国, 等. 剪切对非饱和土土水特征曲线影响的研究[J]. 岩土力学, 2004, **25**(9): 1451 – 1454. (FANG Xiang-wei, CHEN Zheng-han, SUN Shu-guo, et al. A study on effect of shear on soil-water characteristic curve of an unsaturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(9): 1451 – 1454. (in Chinese))
- [25] 章峻豪, 陈正汉. 南水北调中线工程安阳段渠坡换填土广义土-水特征曲线的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(增刊 2): 3987 – 3994. (ZHANG Jun-hao, CHEN Zheng-han. Test research on generalized SWCC for the backfill soil of the canal slope in Anyang district of South-to-North Water Diversion Project[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(S2): 3987 – 3994. (in Chinese))
- [26] MENDES J D, TOLL G. Influence of initial water content on the mechanical behavior of unsaturated sandy clay soil[J]. Int J Geomech, 2016, **16**(6): D4016005.
- [27] WIJAYA M, LEONG E C. Modelling the effect of density on the unimodal soil-water characteristic curve[J]. Géotechnique, 2017, **67**(7): 637 – 645.
- [28] GAO Y, SUN D A, ZHU A C, et al. Hydromechanical behavior of unsaturated soil with different initial densities over a wide suction range[J]. Acta Geotechnica, 2019, **14**: 417 – 428.
- [29] MILINGTON R J, QUIRK J P. Permeability of porous media[J]. Nature, 1961, **183**: 387 – 388.
- [30] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media[J]. Water Resour Res, 1976, **12**(3): 513 – 522.
- [31] TULLER M, OR D. Retention of water in soil and soil-water characteristic curve[J]. Encyclopedia of Soils in the Environment, 2004(4): 278 – 289.
- [32] PLASTER E J. Soil Science and Management[M]. Clifton Park, NY: Delmar, 2009.
- [33] PEPPER I L, GERBA C P, GENTRY T J, et al. Environmental Microbiology[M]. 2nd ed. Pittsburgh: Academic Press, 2009.
- [34] THU T M, RAHARDJO H, LEONG E C, et al. Critical state behavior of a compacted silt specimen[J]. Soils and Foundations, 2007, **47**(4): 749 – 755.
- [35] THU T M, RAHARDJO H, LEONG E C, et al. Soil-water characteristic curve and consolidation behavior for a compacted silt[J]. Can Geotech J, 2008, **44**: 266 – 275.
- [36] LEE I M, SUNG S G, CHO G C, et al. Effect of stress state on the unsaturated shear strength of a weathered granite[J].

- Canadian Geotechnical Journal, 2005, 42(2): 624 - 631.
- [37] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. Can Geotech J, 1996, 33: 379 - 392.
- [38] 陈正汉, 郭楠. 非饱和土与特殊土力学及工程应用研究的新进展[J]. 岩土力学, 2019, 40(1): 1 - 54. (CHEN Zheng-han, GUO Nan. New developments of mechanics and application for unsaturated soils and special soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(1): 1 - 54. (in Chinese))

#### 附录 (式 (7) 的推导过程):

弯液面在  $y$  方向上的投影面积  $S_{yi}$ , 半径为  $R_s$ , 夹角为  $2\alpha$  的扇形面积、等边为  $R_s$ , 夹角为  $2\alpha$  的三角形面积分别为

$$S_{yi} = \pi r_i^2 , \quad (12)$$

$$S_{\text{扇形}} = \alpha R_s^2 , \quad (13)$$

$$S_{\text{三角形}} = r_i \sqrt{R_s^2 - r_i^2} . \quad (14)$$

弯液面在  $x$  方向上的投影弓形面积为

$$S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇形}} - S_{\text{三角形}} = \alpha R_s^2 - r_i \sqrt{R_s^2 - r_i^2} . \quad (15)$$

因弯液面引起对土框架的附加正应力为

$$\sigma_{ci} = (u_a - u_w) S_{yi} = (u_a - u_w) \pi r_i^2 , \quad (16)$$

因弯液面引起对土颗粒间的附加毛细黏合力为

$$\begin{aligned} p_{si} &= (u_a - u_w) S_{\text{弓形}} = (u_a - u_w) (\alpha R_s^2 - r_i \sqrt{R_s^2 - r_i^2}) \\ &= \frac{\sigma_c}{\pi} \left[ \alpha \frac{R_s^2}{r_i^2} - \sqrt{\left( \frac{R_s^2}{r_i^2} \right) - 1} \right] . \end{aligned} \quad (17)$$

Zhai 等<sup>[11-12]</sup>依据毛细定律

$$\frac{R_s}{r_i} = \frac{\psi_i}{\psi_m} , \quad (18)$$

并将式 (18) 代入式 (17) 得

$$p_{si} = \frac{\sigma_c}{\pi} \left[ \alpha_i \frac{\psi_i^2}{\psi_m^2} - \sqrt{\left( \frac{\psi_i^2}{\psi_m^2} \right) - 1} \right] . \quad (19)$$

## 标准摘录: 标点符号用法 (GB/T 15834—2011) 冒号的定义与用法

### 1 定义

句内点号的一种, 表示语段中提示下文或总结上文的停顿。

### 2 基本用法

2.1 用于总说性或提示性词语(如“说”“例如”“证明”等)之后, 表示提示下文。

示例 1: 北京紫禁城有四座城门: 午门、神武门、东华门和西华门。

示例 2: 她高兴地说: “咱们去好好庆祝一下吧!”

示例 3: 小王笑着点了点头: “我就是这么想的。”

示例 4: 这一事实证明: 人能创造环境, 环境同样也能创造人。

### 2.2 表示总结上文。

示例: 张华上了大学, 李萍进了技校, 我当了工人: 我们都有美好的前途。

### 2.3 用在需要说明的词语之后, 表示注释和说明。

示例 1: (本市将举办首届大型书市。) 主办单位: 市文化局; 承办单位: 市图书进出口公司; 时间: 8月15日—20日; 地点: 市体育馆观众休息厅。

示例 2: (做阅读理解题有两个办法。) 办法之一: 先读题干, 再读原文, 带着问题有针对性地读课文。办法之二: 直接读原文, 读完再做题, 减少先入为主的干扰。

### 2.4 用于书信、讲话稿中称谓语或称呼语之后。

示例 1: 广平先生: ……

示例 2: 同志们、朋友们: ……

2.5 一个句子内部一般不应套用冒号。在列举式或条文式表述中, 如不得不套用冒号, 宜另起段落来显示各个层次。

示例: 第十条 遗产按照下列顺序继承:

第一顺序: 配偶、子女、父母。

第二顺序: 兄弟姐妹、祖父母、外祖父母。