DOI：10.11779/CJGE201912025

二维 K-S 检验法在岩体统计均质区划分中的应用

刘　健，陈　亮，王　驹，李亚伟，王春萍
（核工业北京地质研究院环境工程研究所，北京 100029）

摘　要：在常规的岩体统计均质区划分方法中，产状数据相似性判定结果通常会受到投影图子区划分方案的影响，并且不适用于小样本数据。为解决上述问题，引入二维 K-S 检验法进行产状数据相似性判定。首先介绍了 K-S 检验法的基本原理，继而根据二维 K-S 检验法提出了产状数据相似性判定的具体算法，并利用算例验证了算法对小样本产状数据的适用性。最后，针对北山坑探设施斜坡道进行了应用和验证。提出的算法不需要进行投影图子区划分，适用于小样本数据，为岩体统计均质区划分提供了一种新手段。

关键词：节理；统计均质区；产状；K-S 检验
中图分类号：TU42　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1000－4548(2019)12－2374－07

作者简介：刘　健(1982—　)，男，博士，高级工程师，主要从事高放废物地质处置等方面的科研。E-mail: liujian0430@163.com。

Application of 2D K-S tests to evaluating statistical homogeneity of rock mass

LIU Jian, CHEN Liang, WANG Ju, LI Ya-wei, WANG Chun-ping
(Division of Environment Engineering, Beijing Research Institute of Uranium Geology, Beijing 100029, China)

Abstract: The conventional methods for evaluating the statistical homogeneity of jointed rock usually give different conclusions about the similarity of the same occurrence data under different schemes for sub-partitions of the projection. Besides, these methods are generally unsuitable for small samples. In order to solve the above problems, the 2D K-S test is proposed to determine the similarity of occurrence data. The basic principle of K-S test is firstly introduced and the detailed algorithm for applying the 2D K-S tests to determining the similarity of occurrence data is then presented. Finally, the proposed algorithm is tested and verified by case studies and is successfully applied to evaluating the statistical homogeneity of the ramp of the Beishan exploration tunnel. The proposed algorithm does not need sub-partition and has been proven to be suitable for small samples. This study may provide a new approach to the evaluation of the statistical homogeneity of jointed rock mass.

Key words: joint; statistical homogeneity; occurrence; K-S test

0　引　　言

识别节理岩体的统计均质区是岩体节理网络建模和地下硐室围岩稳定性评价等工作的前提条件之一[1]。目前最为常用的统计均质区划分方法是 Miller 法及其拓展方法。Miller[2]最早将岩体节理产状数据投影到 Schmidt 等面积投影图上，通过构建等面积子区，利用列联表和卡方检验法，实现了岩体统计均质区划分。Kulatilake 等[3]分析了 Miller 法的 3 个前提条件，并提出了 Miller 法修正方案。利用上述方案，Kulatilake 等[4]实现了三峡船闸边坡的均质区划分。陈剑平等[5]同样分析了 Miller 法的前提条件，认为只有充分评价等面积子区划分方案和露头面切分方案对划分结果的影响之后，才可以根据 Miller 法的计算结果判别统计均质区。根据上述方案，肖尚斌等[6]将一个勘探平硐成功划分为 3 个均质区。张文等[7]进一步拓展了列联表卡方检验法，建立了可以考虑多因素影响的统计均质区划分方法。阮云凯等[8-9]利用 Miller 法进行产状分区，继而将迹长信息作为秩，利用威尔克松两样本检验法，实现了同时考虑产状和迹长因素的统计均质区划分。魏翔等[10-11]将 Miller 法应用到钻孔中，实现了钻孔深度方向上均质区的划分。

Miller 法要求样本中数据数量不应小于 150、等面积子区数目（自由度）不应小于 30，并且每个子区中数据数目建议不小于 5（Lancaster 准则）[2]。但是，杨春和等[12]的野外调研结果说明，野外岩体露头的节理数量可能远小于 150。同时，阮云凯等[8]发现，即

收稿日期：2019－02－02

使实测节理数据的数目大于 150，由于节理产状可能具有“分簇集中”的特征，无法保证每个子区中的数据数目不小 5。在上述 Miller 法及其拓展方法的应用过程中，学者们通过合并区间、调整区间数量和旋转区间等方法进行了修正，通过取平均值判定产状数据的相似性。但是，测算结果表明，平均值掩盖了不同划分方案下判定结果的显著差异。例如，郭亮等[13]在不同区间划分方案条件下计算出的参考显著水平取值在 0～0.24 范围内变动，而平均值仅为 0.01（参考文献[13]中图 5（a））；因此，将平均值作为最终评价结果，很难证明其合理性。

为避开 Miller 法对数据数目的要求，Martin 等[14]将 Miller 法中的卡方检验替换为相关系数分析，提出相关系数法。但是，上述相关系数法依然需要进行子区划分[14-15]，不能消除子区划分方案差异带来的误差。

因此，为了避免上述子区划分造成的影响，并实现小样本数据（数目小于 150，不满足 Miller 法基本条件的数据）的分析，本文引入了二维 K-S 检验法，实现了小样本产状数据相似性的判定，为岩体统计均质区划分提供了一种新手段。

1　K-S 检验法

K-S 检验法和卡方检验法是统计学中应用最为广泛的两种非参数检验法。与卡方检验法相比，K-S 检验法不需要区间划分，更适合于小样本数据。然而，K-S 检验法仅仅在迹长等一维数据的相似性分析中进行过应用[16]，并未拓展到产状数据领域。主要原因是：目前所使用的 K-S 检验法主要是一维 K-S 检验法；而对于产状这种二维数据（包含倾角和倾向 2 个维度），需要使用相对较为复杂的二维 K-S 检验法。下面分别介绍一维和二维 K-S 检验法。

1.1　一维 K-S 检验法

假定存在 2 个独立随机样本 $X_1=(x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1m})$ 和 $X_2=(x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{2n})$，其总体分布分别服从连续分布 $F_1(x)$和 $F_2(x)$。进行如下假设检验[17]：

$$H_0: F_1(x)=F_2(x) \quad , \tag{1}$$

$$H_1: F_1(x)\neq F_2(x) \quad , \tag{2}$$

式中，式（1）所描述的 H_0 代表接受“2 个随机样本来自于同一总体分布”的假设；式（2）所描述的 H_1 代表拒绝“2 个随机样本来自于同一总体分布”的假设。为判断式（1）和（2）是否成立，需要计算如下的统计量：

$$Z_{m,n}=D_{m,n}\sqrt{\frac{mn}{m+n}} \quad 。 \tag{3}$$

式中　m 为样本 X_1 中数据的数目；n 为样本 X_2 中数据的数目；$D_{m,n}$ 按照下式进行计算

$$D_{m,n}=\max_{-\infty<x<+\infty}\left|F_{1,m}(x)-F_{2,n}(x)\right| \quad , \tag{4}$$

式中，$F_{1,m}(x)$和 $F_{2,n}(x)$分别为 2 个随机样本 X_1 和 X_2 的经验累计概率函数，

$$F_{1,m}(x)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}I_{1\mathrm{D}}(x,x_{1i}) \quad , \tag{5}$$

$$F_{2,n}(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}I_{1\mathrm{D}}(x,x_{2i}) \quad , \tag{6}$$

其中，$I_{1\mathrm{D}}(\text{-})$为一维指示函数，

$$I_{1\mathrm{D}}(x,x_{1i})=\begin{cases}1 & x_{1i}\leqslant x\\ 0 & x_{1i}>x\end{cases} \quad 。 \tag{7}$$

根据 Kolmogorov 的推导结果[17]，公式（3）所示的统计量 $Z_{m,n}$ 小于等于某一数值 Z 的概率为

$$P(Z_{m,n}\leqslant Z)=1-2\sum_{i=1}^{+\infty}(-1)^{i-1}\mathrm{e}^{-2i^2Z^2} \quad 。 \tag{8}$$

根据上述概率分布函数，在给定的显著水平 α（通常取为 0.05 或 0.01）条件下，利用下式计算统计量临界值 Z_α：

$$P(Z_{m,n}\geqslant Z_\alpha)=\alpha \quad 。 \tag{9}$$

对比实际计算获得的统计量 $Z_{m,n}$（式（3））和临界值 Z_α（式（9））。当 $Z_{m,n}\leqslant Z_\alpha$时，接受假设 H_0（式（1）），认为 2 个随机样本来自于同一总体分布；否则，拒绝假设 H_0，不能认为 2 个随机样本来自于同一总体分布。

根据假设检验的基本理论，检验结果会出现两类错误：第一类错误是“H_0 真实成立，但是检验结果却拒绝 H_0”；第二类错误是“H_0 不成立，但是检验结果却接受 H_0”[17]。显著水平 α 代表出现第一类错误的概率。K-S 假设检验法主要通过给定一个较小的显著水平 α，控制第一类错误的出现概率。

上述算法即为双样本一维 K-S 检验法，可以用于迹长等一维数据的相似性判定[16]。而对于产状等二维数据，需要采用双样本二维 K-S 检验法。

1.2　二维 K-S 检验法

二维 K-S 检验法中的假定 H_0、H_1 以及统计量 $Z_{m,n}$ 的表达式与一维 K-S 检验法一致，即依然可以使用式（1）～（3）进行表示。但是，公式中的变量 x 为二维数据，即

$$x=(\varphi,\theta) \quad , \tag{10}$$

其中，φ 和 θ 为数据 x 在两个维度上的取值，对于产状数据，φ 为节理倾角，θ 为节理倾向。

二维随机样本的经验累计概率函数分布在二维平面上，计算 $D_{m,n}$ 的路径具有无限种可能。Peacock[18]将二维平面分为 $4(m+n)^2$ 个象限，提出了 $D_{m,n}$ 的计算

方案。在此基础上，Fasano 等[19]将象限数量减少到 $4(m+n)$个，提出了计算量更少的计算方案。Lopes 等[20]对不同类型的计算方案进行了测试，认为上述两种方案的稳定性良好。本文采用 Fasano 等[19]提出的方案计算 $D_{m,n}$。首先，通过合并 2 个随机样本 X_1 和 X_2 得到参考计算点集合 X_{ref}：

$$X_{\mathrm{ref}} = X_1 + X_2 = \left[(\varphi_t, \theta_t)\right] \quad (t = 1, 2, \cdots, m+n)\ , \tag{11}$$

按照下式计算 $D_{m,n}$：

$$D_{m,n} = \max_{s=1,2,3,4}\left\{\max_{x\in X_{ref}}\left|\begin{array}{l}\dfrac{1}{m}\displaystyle\sum_{i=1}^{m} I_{s,2\mathrm{D}}(x, x_{1i}) \\ \qquad -\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} I_{s,2\mathrm{D}}(x, x_{2i})\end{array}\right|\right\}, \tag{12}$$

式中，$I_{s,2\mathrm{D}}(\text{-})$为二维指示函数，

$$I_{1,2\mathrm{D}}(x, x_{1i}) = \begin{cases} 1 & \varphi_{1i} > \varphi \text{ and } \theta_{1i} > \theta \\ 0 & \text{else} \end{cases}\ , \tag{13}$$

$$I_{2,2\mathrm{D}}(x, x_{1i}) = \begin{cases} 1 & \varphi_{1i} > \varphi \text{ and } \theta_{1i} < \theta \\ 0 & \text{else} \end{cases}\ , \tag{14}$$

$$I_{3,2\mathrm{D}}(x, x_{1i}) = \begin{cases} 1 & \varphi_{1i} < \varphi \text{ and } \theta_{1i} > \theta \\ 0 & \text{else} \end{cases}\ , \tag{15}$$

$$I_{4,2\mathrm{D}}(x, x_{1i}) = \begin{cases} 1 & \varphi_{1i} < \varphi \text{ and } \theta_{1i} < \theta \\ 0 & \text{else} \end{cases}\ 。 \tag{16}$$

根据式（3）可以获得统计量 $Z_{m,n}$，但是二维条件下此统计量的概率分布不再服从式（8）。Fasano 等[19]通过 Monte-Carlo 模拟，给出了二维条件下对应于某一显著水平 a 的统计量临界值计算公式：

$$Z_\alpha = \sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3-i}\sum_{k=0}^{3-i-j} a_{ijk} u^i v^j w^k\ , \tag{17}$$

式中 a_{ijk} 为多项式系数，取值方法见表 1；

$$u = -\lg\left(\frac{1.268 - |r|}{1.41}\right)\ ; \tag{18}$$

$$v = \lg\alpha\ ; \tag{19}$$

$$w = s\left(\frac{4.989}{4.989 - s}\right)^{-0.09418}\ , \tag{20}$$

$$s = 0.5\lg\left(\frac{mn}{m+n}\right) + 1.074\ 。 \tag{21}$$

式（18）中 r 为计算点集合 X_{ref} 中两个维度的相关系数，

$$r = \frac{(m+n)\displaystyle\sum_{t=1}^{m+n}\varphi_t\theta_t - \sum_{t=1}^{m+n}\varphi_t\sum_{t=1}^{m+n}\theta_t}{\sqrt{(m+n)\displaystyle\sum_{t=1}^{m+n}\varphi_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{m+n}\varphi_t\right)^2}\sqrt{(m+n)\displaystyle\sum_{t=1}^{m+n}\theta_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{m+n}\theta_t\right)^2}}。 \tag{22}$$

2 产状数据相似性判定

根据上述二维 K-S 检验法，本文提出了二维产状数据相似性判定的具体算法。

表 1 公式(17)系数项 a_{ijk} 的取值列表[19]

Table 1 Values of coefficient a_{ijk} in Formula (17) [19]

i	j	k	a_{ijk}
0	0	0	7.107×10^{-1}
0	0	1	9.853×10^{-3}
0	0	2	8.561×10^{-3}
0	0	3	2.800×10^{-3}
0	1	0	-5.126×10^{-1}
0	1	1	-2.539×10^{-1}
0	1	2	3.745×10^{-2}
0	2	0	-3.298×10^{-1}
0	2	1	-1.408×10^{-2}
0	3	0	-7.693×10^{-2}
1	0	0	-6.124×10^{-2}
1	0	1	-1.918×10^{-2}
1	0	2	1.064×10^{-2}
1	1	0	-5.042×10^{-2}
1	1	1	3.670×10^{-2}
1	2	0	7.750×10^{-4}
2	0	0	7.775×10^{-1}
2	0	1	-2.322×10^{-1}
2	1	0	-1.273×10^{-1}
3	0	0	-9.915×10^{-1}

2.1 具体算法

在统计均质区划分过程中，假定来自两个独立样本的产状数据 X_1 和 X_2 可以分别表示为

$$\begin{aligned} X_1 &= \left[x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1m}\right] \\ &= \left[(\varphi_{11}, \theta_{11}), (\varphi_{12}, \theta_{12}), \cdots, (\varphi_{1m}, \theta_{1m})\right], \\ X_2 &= \left[x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{2n}\right] \\ &= \left[(\varphi_{21}, \theta_{21}), (\varphi_{22}, \theta_{22}), \cdots, (\varphi_{2n}, \theta_{2n})\right]\ , \end{aligned}$$

式中，φ 为倾角（°），θ 为倾向（°）。进行相似性判定的具体步骤为：

步骤 1：通过合并 X_1 和 X_2，按照式（11）生成参考计算点集合 X_{ref}，

$$X_{\mathrm{ref}} = \left[(\varphi_t, \theta_t)\right] \quad t = 1, 2, \cdots, m+n\ 。$$

步骤 2：针对参考计算点集合 X_{ref} 中的任意一个产状数据 $x=(\varphi_t, \theta_t)$，分别计算 4 个象限的局部统计量

$$D_{ts} = \left|\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} I_{s,2\mathrm{D}}(x, x_{1i}) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{s,2\mathrm{D}}(x, x_{2i})\right|\ ,$$

式中 s 分别取值 1，2，3 和 4，代表 4 个象限；$I_{s,2\mathrm{D}}(\text{-})$为二维指示函数，按照式（13）～（16）进行计算。

步骤 3：重复步骤 2，获得 X_{ref} 中所有计算点对应的局部统计量；继而通过寻找最大值获得 $D_{m,n}$

$$D_{m,n} = \max_{\substack{t=1,2,\ldots,m+n \\ s=1,2,3,4}}\left(D_{ts}\right)\ 。$$

步骤 4：按照式（3）计算统计量 $Z_{m,n}$；在显著水平 α =0.05 条件下，按照式（17）获得临界值 Z_α；如果 $Z_{m,n} \leqslant Z_\alpha$，认为两个样本 X_1 和 X_2 来自于同一总体分布，可以归为同一个均质区；否则，认为两个样本 X_1 和 X_2 不属于同一总体分布，不可以归为同一均质区。

2.2　验证算例一

Fisher 模型[21]是目前应用最为广泛的节理产状模型之一。何秉顺等[22]利用三维激光扫描技术获得了某一野外露头的产状数据，并计算出了 Fisher 模型参数（表 2）。根据上述模型参数，本文通过 Monte-Carlo 抽样获得了产状数据随机样本，继而利用 2.1 节提出的算法进行相似性判定。具体抽样和计算方案如下：

步骤 1：利用表 2 中 3 个优势组的 Fisher 模型参数进行第 1 次抽样，每个优势组获得 10 个产状数据，分别标记为 S_{11}、S_{12} 和 S_{13}（图 1）。

步骤 2：利用上述数据进行 7 种不同形式的组合：S_{11}，S_{12}，S_{13}，$S_{11}+S_{12}$，$S_{12}+S_{13}$，$S_{13}+S_{11}$ 和 $S_{11}+S_{12}+S_{13}$，分别标记为 A_1，A_2，…，A_7。

步骤 3：重复步骤 1 和 2，再次获得 7 种不同形式的组合，分别标记为 B_1，B_2，…，B_7。

步骤 4：利用 2.1 节提出的算法，取步骤 2 中任意一种形式的数据组合作为样本 X_1，取步骤 3 中任意一种形式的数据组合作为样本 X_2，进行相似性判定；共计完成 49 次判定，判定结果形成的矩阵如表 3 所示。

表 2　参考文献[22]Fisher 模型参数

Table 2 Parameter values of Fisher's model from Reference [22]

优势组编号	平均倾角/(°)	平均倾向/(°)	k
1	34.8	254.2	150
2	52.5	96.3	136
3	83.5	171.2	163

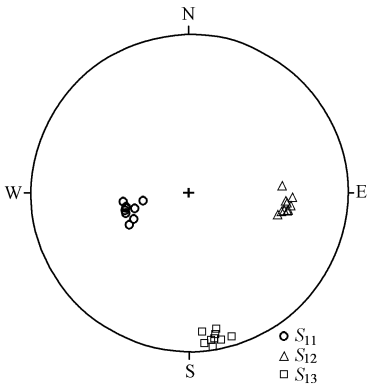

图 1　根据表 2 获得的随机产状数据（等面积 Schmidt 投影）

Fig. 1 Random occurrence data generated according to parameter values in Table 2 (Schmidt's equal-area projection)

表 3　不同组合方案下的相似性判定结果（算例一）

Table 3 Results from different types of combination (Case-1)

样本二	样本一						
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
B_1	√	×	×	×	×	×	×
B_2	×	√	×	×	√	×	×
B_3	×	×	√	×	×	×	×
B_4	×	×	×	√	×	×	√
B_5	×	×	×	×	√	×	×
B_6	√	×	×	×	×	√	×
B_7	×	×	×	×	×	×	√

注：√ 代表判定结果为相似；× 代表判定结果为不相似。

表 3 对角线部分对应的是来自相同总体分布的两个样本的相似性判定结果，可以发现判定结果均为相似。这说明，在显著水平 α =0.05 条件下，2.1 节提出的算法能够准确判定来自相同总体分布的样本的相似性，不会发生第一类错误。表 3 中非对角线部分对应的是来自不同总体分布的两个样本的相似性判定结果，可以发现判定为相似的算例数目为 3。这说明，判定结果的准确率达到 39/42=92.1%，出现第二类错误的比例仅为 7.1%。

2.3　验证算例二

上节算例中 3 个优势组分布均较为集中，为考察本文方法对离散产状数据的适用性，开展本节算例验证。王述红等[23]利用摄影技术识别了一个野外露头的节理产状数据，同样给出了 Fisher 模型参数（表 4）。可以发现，优势组 1 的参数 k 取值仅为 6，说明数据较为离散。利用上述数据，采用与 2.2 节相同的方案，获得随机产状数据（图 2）并进行相似性判定（表 5）。

表 4　参考文献[23] Fisher 模型参数

Table 4 Parameter values of Fisher's model from Reference [23]

优势组编号	平均倾角/(°)	平均倾向/(°)	k
1	61.0	26.0	6
2	80.2	267.0	450
3	77.4	126.7	250

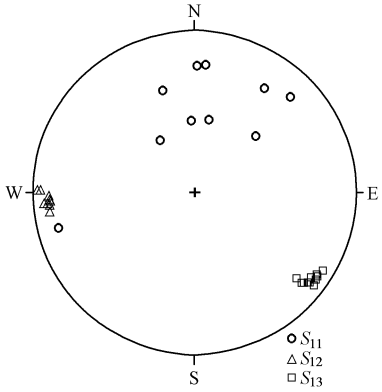

图 2　根据表 4 获得的随机产状数据（等面积 Schmidt 投影）

Fig. 2 Random occurrence data generated according to parameter values in Table 4 (Schmidt's equal-area projection)

矩阵对角线部分均判定为相似，未发生第一类错误。表 5 中矩阵非对角线部分判定为相似的数目为 17，即出现第二类错误的比例为 17/42=41.5%。

2.4　讨论

（1）显著水平的影响

2.3 节算例的结果说明，对于相对离散并且数据量较小（10～30）的产状数据，出现第二类错误的比例升高。主要原因是：K-S 验证法本身只对第一类错误进行控制，未对第二错误的出现概率进行控制[17]。

表 5 不同组合方案下的相似性判定结果（算例二）

Table 5 Results from different types of combination (Case-2)

样本二	样本一						
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
B_1	√	×	×	√	×	√	×
B_2	×	√	×	√	√	×	×
B_3	×	×	√	×	×	√	√
B_4	√	√	×	√	√	×	√
B_5	×	×	×	√	√	×	√
B_6	√	×	√	×	×	√	×
B_7	×	×	×	√	√	√	√

注：√ 代表判定结果为相似；× 代表判定结果为不相似。

根据检验假设的基本原理，发生第一类错误的概率越小，则出现第二类错误的概率越大；反之亦然[17]。因此，为了在第一类错误和第二类错误之间寻找一个平衡点，本文采用不同的显著水平 α，重复 2.3 节的算例分析，分析第一类以及第二类错误的出现概率与显著水平 α 的关系（图 3）。结果表明，随着显著水平 α 的增大，出现第一类错误的概率逐渐增大，而出现第二类错误的概率逐渐减小；当显著水平 α =0.24～0.29 时，2.3 节算例结果未出现第一类错误，同时出现第二类错误的比例可以下降到 3/42=7.1%。

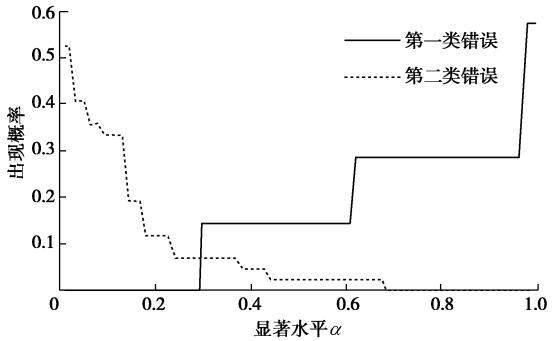

图 3 第一类和第二类错误出现概率随显著水平 α 的变化

Fig. 3 Probabilities of Type-I and -II errors varying with significant level α

因此，针对分布离散的产状数据，可以考虑放大显著水平 α，以便在第一类错误和第二类错误之间形成一个平衡。具体方法为：将所用样本数据绘制在同一个 Schmidt 投影图上，识别优势组；采用 Monte-Carlo 方法建立不同优势组的抽样样本，并按照本文 2.2 和 2.3 节方法进行不同抽样样本的相似性判定；通过试算，绘制如图 3 所示的曲线，确定一个合理的显著水平 α，以便使得出现第一类错误和第二类错误的比例均较低。

（2）露头方位等因素的影响

由于不同岩体露头的方位等特征可能存在差异，通过岩体露头调查获得的节理数据通常含有误差信息，必须修正后才能进行相似性比较[14, 24]。通常的修正方法为，通过引入修正系数 ω 对每个节理出现的频数进行调正，比如，权重系数可以取为节理面与露头面夹角正弦值的倒数[24]。本文提出的方法只要将权重系数 ω 引入式（12），即可以实现考虑露头方位等因素影响的均质区划分。引入权重系数后，式（12）变为

$$D_{m,n}=\max_{s=1,2,3,4}\left\{\max_{x\in X_{\mathrm{ref}}}\left|\frac{1}{\sum_{i=1}^{m}\omega_{1i}}\sum_{i=1}^{m}\omega_{1i}I_{s,2\mathrm{D}}\left(x,x_{1i}\right)-\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\omega_{2i}}\sum_{i=1}^{n}\omega_{2i}I_{s,2\mathrm{D}}\left(x,x_{2i}\right)\right|\right\}, \tag{23}$$

其中，$\omega_{1,i}$ 和 $\omega_{2,i}$ 分别随机样本 X_1 和 X_2 中第 i 个节理的修正系数。

3 应 用

在我国地质处置地下实验室先导工程——北山坑探设施的研发过程中，通过硐室编录获得了其围岩节理分布信息[25]。针对其 0～140 m 进尺范围内的斜坡道，本文按照区间长度 75，46.67，35，20 和 10 m，将斜坡道分别划分为 2，3，4，7 和 14 个区间。继而，在不同的区间划分方案条件下，利用本文提出方法对任意两个相邻区间是否属于同一均质区进行判断。均质区划分结果如图 4 所示。结果表明，当区间长度为 70 和 46.7 m 时，均判定为“不属于同一均质区”，即无法区分出斜坡道内部的均质区分布情况；但是，随着区间长度逐渐变小，斜坡道内部的均质区逐渐被识别出来，并且不同区间长度条件下的分析结果相近。根据判定结果，可以判断斜坡道 0～10 m 段的节理分布特征不同于其它部分，其原因可能是：由于此段直接连接地表，地表的风化节理与岩体内部节理的分布特征存在差异；同时，现场观察可以发现斜坡道在 80～90 m 进尺处发生了洞顶围岩塌落现象，这与区间长度 20 m 和 10 m 条件下的均质区划分结果具有对应性，起因于不利的节理产状组合条件。因此，可以认为斜坡道中存在 10～80 m 段和 90～140 m 段两个均质区（图 4）。

此外，本文采用陈剑平等[5]提出的修正 Miller 法对上述区间长度 70 和 46.7 m 的两种情况分别进行了均质区划分计算。计算结果与上述二维 K-S 检验法的计算结果一致。但是，当区间长度为小于 46.7 m 时，单个区间中的节理数目小于 100，甚至有的区间仅有 20 个节理，不在满足 Miller 法的基本条件。因为，无法利用 Miller 法进行更为细致的分析。

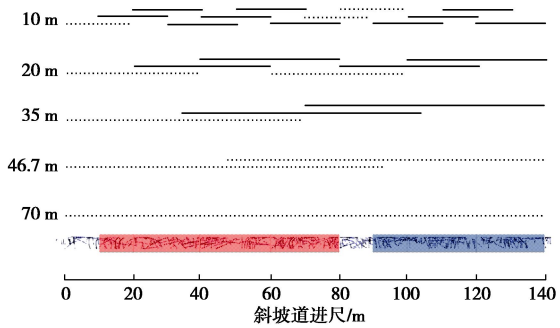

图4 北山坑探设施斜坡道均质区划分结果(显著水平 α 取0.05；虚线代表判定为“2 个区间不属于同一均质区”、实线代表判定为“2 个区间属于同一均质区”)

Fig. 4 Homogeneity analysis of ramp of Beishan exploration tunnel (significant level α is 0.05; dotted lines indicate that “2 sections are not in the same homogeneous region”; solid lines indicate that “2 sections are in the same homogenous region”)

4 结　　论

本文将二维 K-S 检验法引入到岩体统计均质区划分领域，实现了小样本产状数据的相似性判定，弥补了传统方法在小样本领域的缺失。

（1）将二维 K-S 检验法细化为产状数据相似性判定的具体算法。

（2）利用根据实测节理数据获得的产状分布模型，验证了二维 K-S 检验法的可行性；利用本文方法成功实现了地下硐室围岩均质区的精细识别。

利用本文提出的产状相似性判定法，并利用一维 K-S 检验法判定迹长等一维数据的相识性，还可以实现多因素统计均质区划分。

参考文献：

[1] 陈剑平, 肖树芳, 王　清. 随机不连续面三维网络计算机模拟原理[M]. 长春: 东北师范大学出版社, 1995. (CHEN Jian-ping, XIAO Shu-fang, WANG Qing. Principles of computer simulation for randomly-distributed 3D discrete fracture network[M]. Changchun: Northeast Normal University Press, 1995. (in Chinese))

[2] MILLER S M. A statistical method to evaluate homogeneity of structural populations[J]. Mathematical Geology, 1983, **15**(2): 317－328.

[3] KULATILAKE P H S W, WATHUGALA D N, POULTON M, et al. Analysis of structural homogeneity of rock masses[J]. Engineering Geology, 1990, **29**(3): 195－211.

[4] KULATILAKE P H S W, CHEN J, TENG J, et al. Discontinuity geometry characterization in a tunnel close to the proposed permanent shiplock area of the Three Gorges Dam Site in China[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts, 1996, **33**(3): 255－277.

[5] 陈剑平, 王　清, 肖树芳, 等. 岩体结构统计均质区的划分[J]. 地质灾害与环境保护, 1996, **7**(1): 19－24. (CHEN Jian-ping, WANG Qiang, XIAO Shu-fang, et al. Evaluation of statistical homogeneity of rock mass structure[J]. Journal of Geological Hazards and Environment Preservation, 1996, **7**(1): 19－24. (in Chinese))

[6] 肖尚斌, 张艳君. 蒲石河抽水蓄能电站地下厂房区岩体结构统计均质区划分[J]. 东北水利水电, 1997, **158**(8): 39－41. (XIAO Shang-bin, ZHANG Yan-jun. Evaluation of statistical homogeneity of rock mass structure in underground tunnels of Pushuihe pumped storage power station[J]. Water Resources and Hydropower in Northeast, 1997, **158**(8): 39－41. (in Chinese))

[7] 张　文, 陈剑平, 刘存合, 等. 卡方检验在裂隙岩体统计均质区划分中的应用研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(9): 1440－1446. (ZHANG Wen, CHEN Jian-ping, LIU Cun-he, et al. Application of chi-square test in structural homogeneity dividing of fractured rock mass[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(9): 1440－1446. (in Chinese))

[8] 阮云凯, 陈剑平, 李严严, 等. 基于裂隙产状和迹长划分岩体统计均质区研究[J]. 岩土力学, 2016, **37**(7): 2028－2032. (RUAN Yun-kai, CHEN Jian-ping, LI Yan-yan, et al. Identification of homogeneous structural domains of jointed masses based on joint occurrence and trace length[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(7): 2028－2032. (in Chinese))

[9] 阮云凯, 陈剑平, 占洁伟, 等. 多参数统计均质区划分——以马吉水电站为例[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(1): 148－153. (RUAN Yun-kai, CHEN Jian-ping, ZHAN Jie-wei, et al. Multivariate method for identifying structural domain boundaries: an example from Maji Hydropower Station in China[J]. Chinses Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(1): 148－153. (in Chinese))

[10] 魏　翔, 杨春和. 钻孔岩体裂隙几何参数确定方法及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(9): 1758－1766. (WEI Xiang, YANG Chun-he. Research and application of a geometric parameter determination method for drilling rock aperture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(9): 1758－1766. (in Chinese))

[11] 魏　翔, 杨春和, 刘鹏君, 等. 钻孔裂隙岩体结构均质区

划分方法研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(11): 2101－2106. (WEI Xiang, YANG Chun-he, LIU Peng-jun, et al. Zoning method for structural homogeneity of drilling fractured rock mass[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(11): 2101－2106. (in Chinese))

[12] 杨春和, 包宏涛, 王贵宾, 等. 岩体节理平均迹长和迹线中点面密度估计[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(12): 2475－2480. (YANG Chun-he, BAO Hong-tao, WANG Gui-bin, et al. Estimation of mean trace length and trace midpoint density of rock mass joints[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(12): 2475－2480. (in Chinese))

[13] 郭 亮, 李晓昭, 王益壮, 等. 岩体结构均质区划分法的适用性研究[J]. 岩土力学, 2013, **34**(10): 2928－2937. (GUO Liang, LI Xiao-zhao, WANG Yi-zhuang, et al. Applicability research on structural homogeneity delineation of rock masses[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(10): 2928－2937. (in Chinese))

[14] MARTIN M W, TANNANT D D. A technique for identifying structural domain boundaries at the EKATI Diamand Mine[J]. Engineering Geology, 2004, **74**: 247－264.

[15] 阮云凯, 陈剑平, 李严严, 等. 基于 WLSM 的多参数裂隙岩体统计均质区划分[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(7): 1277－1282. (RUAN Yun-kai, CHE Jian-ping, LI Yan-yan, et al. Evaluation of statistical homogeneity of jointed rock masses based on weighted least-square method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(7): 1277－1282. (in Chinese))

[16] 阮云凯, 陈剑平, 曹 琛, 等. K -S 检验在裂隙岩体统计均质区划分中的应用[J]. 东北大学学报（自然科学版）, 2015, **36**(10): 1471－1475. (RUAN Yun-kai, CHEN Jian-ping, CAO Chen, et al. Application of K-S test in structural homogeneity dividing of fractured rock mass[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2015, **36**(10): 1471－1475. (in Chinese))

[17] 滕素珍, 冯敬海. 数理统计学[M]. 4 版. 大连: 大连理工大学出版社, 2005. (TENG Su-zhen, FENG Jing-hai. Mathematical statistics[M]. 4th ed. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2005. (in Chinese))

[18] PEACOCK J A. Two-dimensional goodness-of-fit testing in astronomy[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1983, **202**(3): 615－627.

[19] FASANO G, FRANCESCHINI A. A multidimensional version of the Kolmogorov-Smirnov test[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1987, **225**: 155－170.

[20] LOPES R H C, REID I, HOBSON P R. The two-dimensional Kolmogorov-Smirnov test[C]// Proceedings of XI International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research. Amsterdam, 2007: 1－12.

[21] FISHER R. Dispersion on a sphere[C]// Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. London, 1953: 295－305.

[22] 何秉顺, 丁留谦, 孙 平. 三维激光扫描系统在岩体结构面识别中的应用[J]. 中国水利水电科学研究院学报, 2007, **5**(1): 43－48. (HE Bing-shun, DING Liu-qian, SUN Ping. The Application of 3-D laser scanning technology in rock joint sets identification[J]. Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2007, **5**(1): 43－48. (in Chinese))

[23] 王述红, 张紫杉, 王存根, 等. 岩体结构面产状随机分布空间表征[J]. 东北大学学报（自然科学版）, 2017, **38**(1): 121－125. (WANG Shu-hong, ZHANG Zi-shan, WANG Cun-gen, et al. Stochastic spatial characterization of structural plane occurrence in rock mass[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2017, **38**(1): 121－125. (in Chinese))

[24] 刘 健, 陈 亮, 王春萍, 等. 观测方位和面积对节理密度表征指标的影响-算例分析[C]// 第七届废物地下处置学术研讨会. 上海, 2018: 53－59. (LIU Jian, CHEN Liang, WANG Chun-ping, et al. Case study on influence of outcrop orientation and area on joint density indexes[C]//7th Symposium of Underground Disposal of Waste. Shanghai, 2018: 53－59. (in Chinese))

[25] WANG J, CHEN L, SU R, et al. The Beishan underground research laboratory for geological disposal of high-level radioactive waste in China: planning, site selection, site characterization and in situ tests[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2018, **10**(3): 411－435.