

DOI: 10.11779/CJGE201909019

# 天然砂砾料的级配特性及包线设计方法

朱 晟<sup>1,2</sup>, 沈凤生<sup>3</sup>

(1. 河海大学水文水资源与水利水电工程科学国家重点实验室, 江苏 南京 210024; 2. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210024;  
3. 水利部水利水电规划设计总院, 北京 100120)

**摘 要:** 依据料场勘探砂砾料粒径-质量百分数的级配曲线图, 采用粒径外包法确定设计包线的方法, 由于样本数量的限制, 难以合理反映砂砾料的实际级配范围, 导致部分满足工程要求的填筑级配被判定为不合格, 影响大坝的填筑质量评定。为此, 结合阿尔塔什等3座高坝工程的筑坝料, 论证了 Weibull 模型反映砂砾料上凸型、S型或反S型以及分形模型级配特性的适应性, 得到阿尔塔什、大石峡和大石门的料场砂砾料级配分别为 S型和上凸型两种不同分布类型; 首次提出采用粒径归一外包法, 即利用最大粒径对级配归一化技术, 确定砂砾料级配包线的方法, 可以弥补由于现场勘探资料样本不足, 导致设计包线不能客观反映料场级配分布规律的缺点。研究成果可直接用于砂砾料的级配设计, 也可用于确定不同类型土体级配的包络线, 具有较强的应用价值。

**关键词:** 砂砾料; 级配设计; 粒径归一外包法; Weibull 模型; 分形理论

中图分类号: TU431 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2019)09-1738-07

**作者简介:** 朱 晟(1965—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土石坝等水工岩土与环境岩土方面的研究。E-mail: szhu@hhu.edu.cn。

## Gradation characteristics and envelope curve design method for natural sandy gravel

ZHU Sheng<sup>1,2</sup>, SHEN Feng-sheng<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China;  
2. Hydroelectric College, Hohai University, Nanjing 210024, China; 3. The General Institute of Water Conservancy and Hydropower Planning and Design of the Ministry of Water Resources, Beijing 100120, China)

**Abstract:** Due to the limitation of the number of samples, the particle-size envelope method for directly determining the sand-gravel design line according to the gradation curve of exploration stockyard is difficult to reasonably reflect the actual gradation range of the sand-gravel materials in the material field, resulting in some of the filling gradations being unqualified, so that it will affect the assessment of dam filling quality. For this reason, based on the construction materials of Aertash, Dashixia and Dashimen, the suitability of the Weibull model to reflect the convex, S-shaped, or inverted S-shaped gravel materials and the gradation characteristics of the fractal model is demonstrated. The gradation of gravel materials in the stockyard of the Aertash, Dashixia and Dashimen is divided into two different types: S-type and convex-type. For the first time, the method of using the maximal particle size to standardize the gradation to determine the grading of the material yard is proposed. It can make up for the shortcomings that the grading package cannot objectively reflect the gradation range of the yard due to insufficient exploration data. The research results can be directly used for the gradation design of gravel materials, and can also be used to determine the envelope of different types of soil gradations, which shows a strong application value.

**Key words:** sandy gravel; gradation design; particle-size normalization envelope method; Weibull model; fractal theory

## 0 引 言

砂砾料作为一种颗粒材料, 其物理力学特性与级配密切相关。由于级配性质的研究资料偏少, 学者们<sup>[1-3]</sup>只能引入  $C_u$ ,  $C_c$  以及平均粒径等特征指标, 描述级配对粗粒料力学性质的影响。分形级配作为近年发展起来描述粗粒土颗粒级配的一种设计新方法<sup>[4]</sup>, 已经开

始用于研究颗粒破碎性质<sup>[5-10]</sup>、堆石体的填筑标准<sup>[8]</sup>、建立本构模型<sup>[9-10]</sup>等方面。但天然砂砾料的级配不一定满足分形分布, 寻求合理描述级配的分布规律, 为深入研究砂砾料的工程性质, 确保高砂砾石坝结构安

全提供更充分的依据, 十分必要。

同时, 砂砾料作为天然级配料, 是土石坝一种良好的筑坝材料。《碾压式土石坝设计规范 SL 274—2001》、《混凝土面板堆石坝设计规范 DLT 5016—2011》等, 都规定了筑坝砂砾料的要求。《混凝土面板堆石坝施工规范 DLT 5128—2009》等规范也明确规定了坝料级配必须符合设计包线的要求, 不合格料不得上坝的强制性规定。

但是, 迄今尚缺少砂砾料级配包线确定方法方面的研究成果。当前的经验方法为<sup>[11]</sup>: 将料场勘探资料绘于粒组粒径  $d_i$ ——小于该粒径颗粒质量百分数  $P$  的级配曲线图上, 根据外包轮廓线确定级配范围, 最细者为上包线, 最粗者为下包线, 确定工程使用级配的初步范围; 再结合勘探级配料的物理力学试验结果, 提出满足设计要求的最终级配范围, 作为设计包线, 可称为粒径外包法。但是, 由于样本数量的限制, 这种按经验方法确定的级配包线, 在实际施工时, 容易出现部分满足工程要求的级配因为超出设计包线范围, 被判定为不合格, 影响了大坝填筑质量的合理评定, 也干扰了施工进度。

为此, 本文在料场勘探资料的基础上, 研究天然砂砾料的颗粒分布规律, 以及筑坝砂砾料级配包线的更合理确定方法。

### 1 连续级配砂砾料的级配方程

Weibull 的 4 参数模型公式可以较好地反映生长型曲线<sup>[12]</sup>, 得到了广泛的应用, 其模型公式为

$$P = a - b \cdot e^{-c \cdot x^n} \quad (1)$$

式中,  $a, b, c, n$  为模型参数。

对于砂砾料而言, 当  $c \neq 0, n > 0$ , 采用式 (1) 描述连续级配时, 需要满足: ①当  $d_i = d_{\max}$  时,  $P=100\%$  和 ②当  $d_i = 0$  时,  $P=0$  两个条件, 可得

$$P = \frac{1 - e^{-c \cdot x^n}}{1 - e^{-c}} \cdot 100\% \quad (2)$$

式中

$$x = \frac{d_i}{d_{\max}} \quad (3)$$

将式 (2) 对  $x$  求导, 得

$$P' = \frac{c}{1 - e^{-c}} \cdot n \cdot x^{n-1} \cdot e^{-c \cdot x^n} \quad (4)$$

根据式 (4), 可知,  $P' > 0$  为递增函数, 可以用于描述连续分布的砂砾料级配, 其中  $c, n$  为级配参数,  $d_{\max}$  为级配最大粒径。

对式 (2) 求  $x$  的二阶导数, 得

$$P'' = \frac{c}{1 - e^{-c}} \cdot n \cdot x^{n-2} \cdot e^{-c \cdot x^n} \cdot [(n-1) - c \cdot n \cdot x^n] \quad (5)$$

可见, 对于参数  $n$ :

(1) 当  $n < 1$  时, 式 (2) 的曲线型式分为两种情况:

a) 当  $c > 0$  时,  $P'' < 0$ , 式 (2) 可描述上凸型级配。

b) 当  $c < 0$  时, 对于式 (5), 令  $P'' = 0$ , 计算拐点  $L$  的  $x$  坐标为

$$x_L = \sqrt[n]{\frac{n-1}{c \cdot n}} \quad (6)$$

若使图 1 (a) 的级配曲线出现拐点, 则须满足:

$$x_L = \sqrt[n]{\frac{n-1}{c \cdot n}} \leq 1, \text{ 即 } c \leq \frac{n-1}{n}.$$

可见, 当  $c < 0$  时, 又分为以下两种情况:

①当  $\frac{n-1}{n} < c < 0$  时,  $P'' < 0$ , 式 (2) 可描述上凸型的级配曲线;

②当  $c \leq \frac{n-1}{n}$  时, 式 (2) 描述的级配曲线为 S 型分布, 且当  $x < x_L$  时,  $P'' < 0$ , 为上凸型曲线段, 反之, 当  $x > x_L$  时,  $P'' > 0$ , 为下凹型曲线段。

(2) 当  $n=1$  时,  $P' = \frac{-c^2}{1 - e^{-c}} \cdot e^{-c \cdot x}$ , 则: 当  $c < 0$  时  $P'' > 0$ , 式 (2) 可描述下凹型级配; 当  $c > 0$  时  $P'' < 0$ , 式 (2) 可描述上凸型级配。

(3) 当  $n > 1$  时, 式 (2) 表示的级配曲线型式分为两种情况:

a) 当  $c < 0$  时,  $P'' > 0$ , 式 (3) 可描述下凹型级配。

b) 当  $c > 0$  时, 可根据式 (6) 计算拐点  $L$  的  $x$  坐标, 若使图 1 (c) 的级配曲线出现拐点, 则须满足

$$x_L = \sqrt[n]{\frac{n-1}{c \cdot n}} \leq 1, \text{ 即 } c \geq \frac{n-1}{n}.$$

可见, 当  $c > 0$  时, 又分为以下两种情况:

①当  $\frac{n-1}{n} > c > 0$  时,  $P'' < 0$ , 式 (2) 可描述上凸型的级配曲线;

②当  $c \geq \frac{n-1}{n}$  时, 式 (2) 描述的级配曲线为 S 型分布, 且当  $x < x_L$  时,  $P'' > 0$ , 为下凹型曲线段, 反之, 当  $x > x_L$  时,  $P'' < 0$ , 为上凸型曲线段。

特别地, 当  $c \rightarrow 0$  时,

$$\lim_{c \rightarrow 0} \left( \frac{e^c - 1}{c} \right) = 1 \quad (7)$$

则由式 (2) 可得

$$\lim_{c \rightarrow 0} P = x^n \cdot 100\% \quad (8)$$

式(2)转化为粒度分形维数  $D=3-n$  的分形分布曲线。

不同情况下级配方程式(2)的曲线型式,如图1所示。

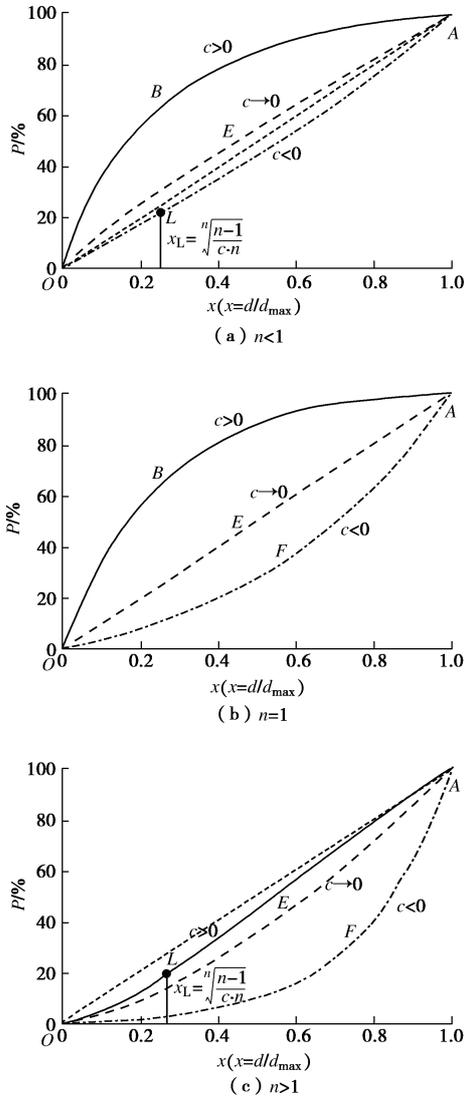


图1 级配方程曲线的型式

Fig. 1 Gradation equation curve types

## 2 料场砂砾料级配特性分析

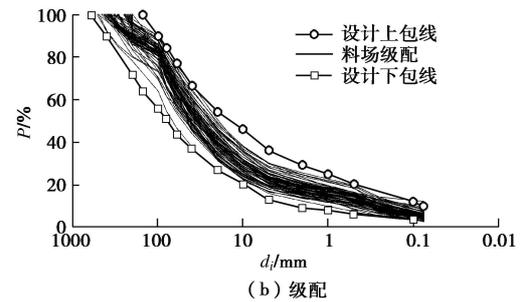
### 2.1 大石峡 S3 料场

大石峡面板砂砾坝位于新疆阿克苏地区温宿县与乌什县境内,最大坝高 247 m,为准备开建的世界最高面板坝。S3 料场位于库玛拉克河右岸IV级阶地上,为第四系晚更新世(Q3)沉积的砂卵砾石层,厚度一般 3~7 m,下伏基岩为第四系早更新世(Q1)沉积的西域组砂砾岩,坝体的主堆石填筑区,计划从 S3 料场开采 1536 万 m<sup>3</sup> 砂砾料,中电建西北院在 2016 年进行了料场勘查,勘探点平均间距一般 100 m,局部

网格间距减小到 60 m。采取全断面、无遗漏取样,探槽共取级配 99 组,图 2 为探坑及级配分布示意图。



(a) TK36和TK46典型探坑



(b) 级配

图 2 S3 料场探坑和砂砾料级配

Fig. 2 Gradations of pits and gravels in S3 stockyard

图 2 的级配包线为采用粒径外包法确定。对图中所示的料场勘探级配,根据式(2)进行拟合,相关系数均在 0.99 以上,参数  $c$  和  $n$  的分布见图 3。

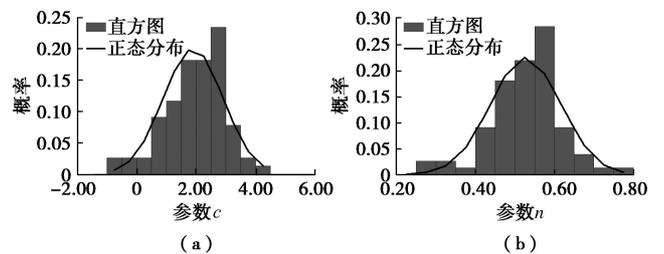


图 3 S3 料场砂砾料的级配参数概率分布

Fig. 3 Probability distribution of gradation parameters of S3 stockyard

可见: S3料场级配的参数  $n$ , 都小于 1.0, 均值 0.527; 除编号 N1~N4、TK8、TK10、TK26、TK28、TK73、TK77、TK91、TK101、K103 共 13 条级配曲线的  $c$  值小于 1.0 外, 绝大部分级配的  $c$  值大于 1.0, 均值 1.896, 均为上凸型曲线。其中 N1 到 N4 等少量级配的  $c < -0.0001$  为分形分布, 料场级配的两个参数均接近正态分布。

### 2.2 阿尔塔什 C3 料场

阿尔塔什水利枢纽是叶尔羌河干流山区下游河段的控制性工程,混凝土面板砂砾石坝坝高 164.8 m,坝顶长度 795 m,覆盖层深度 94 m,为正在建设的世界深覆盖层上最高的面板砂砾石坝。

C3料场为筑坝砂砾石主料场, 位于坝址下游河床及河漫滩, 总储量达1550万m<sup>3</sup>, 料场沿叶尔羌河呈弯曲的条带状分布, 岩性为第四系全新统冲积砂卵砾石, 中水五局进行了施工前的料场复勘, 网节点布置采用100 m×100 m网格法, 共布置开挖深度在3.7~5.0 m的探槽134个, 料场探坑及级配见图4所示。

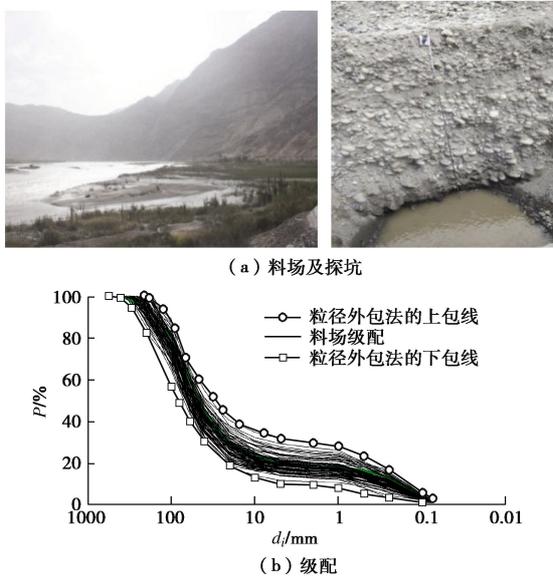


图4 C3料场砂砾料及勘测级配

Fig. 4 C3 material gravel and surveyed gradation

用式(2)拟合C3料场砂砾料的平均级配, 见图5的虚线所示, 拟合效果并不好。分析砂砾料平均级配资料可知, 粒径在2~0.5 mm之间的颗粒较少, 质量百分比仅占4.3%, 其中2~1 mm的粗砂含量接近于0, 0.075 mm以下的颗粒也非常少, 质量占比只有1.3%; 2 mm以下的颗粒集中在0.5~0.075 mm之间, 为11.6%。总体而言, 该料场的河床砂砾料5 mm以下颗粒级配连续性较差。

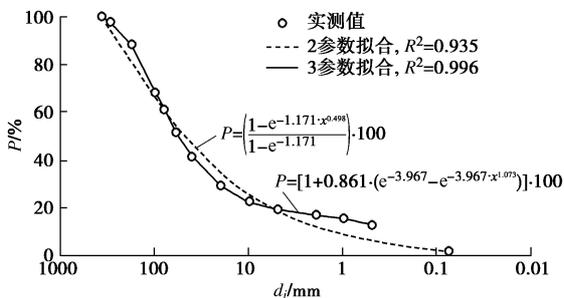


图5 C3料场砂砾料平均级配曲线

Fig. 5 Fitting curves of average gradation of gravel in C3 stockyard

为此, 根据最大粒径将级配分为两个区间拟合, 即[0.075, 0.5)和[0.5, d<sub>max</sub>], 其中[0.075, 0.5)区间, 用简单线性拟合。

对于[0.5, d<sub>max</sub>]区间, 采用式(1)时, 需满足当d<sub>i</sub> = d<sub>max</sub>时, P=100%, 得到

$$P = [1 + b \cdot e^{-c} - b \cdot e^{-c \cdot x^n}] \cdot 100\% \quad (9)$$

$$P' = b \cdot c \cdot n \cdot x^{n-1} \cdot e^{-c \cdot x^n} \quad (10)$$

当b, c不等于0且正负同号时, P' > 0为递增函数, 式(9)可以用于描述区间连续级配, 对C3料场砂砾料平均级配进行拟合, 见图5中的细实线所示, 拟合效果很好。对图4料场全部勘探级配根据式(9)进行拟合, 相关系数均在0.99以上, 级配3个参数的分布见图6, 接近正态分布。

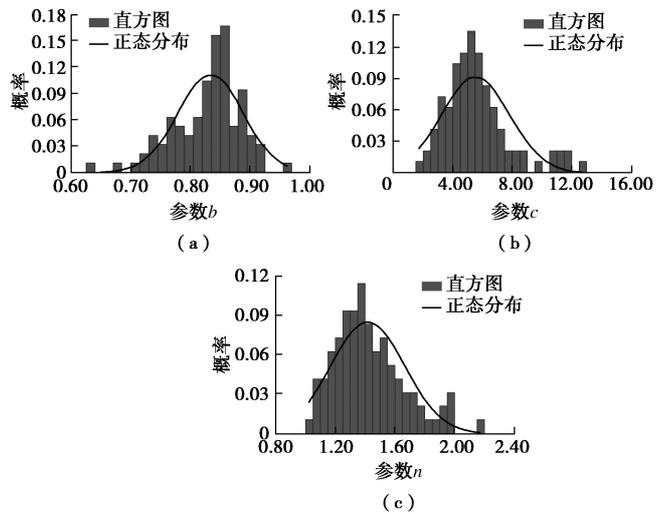


图6 C3料场砂砾料的级配参数概率分布

Fig. 6 Probability distribution of gradation parameters of C3 stockyard

对式(10)求x的二阶导数得

$$P'' = b \cdot c \cdot n \cdot x^{n-2} \cdot e^{-c \cdot x^n} \cdot (n-1 - c \cdot n \cdot x^n) \quad (11)$$

由图6的C3料场级配参数分布可知, n的平均值1.418且均大于1, c的平均值5.532且均大于1, b的平均值0.834, 均大于0而小于1。根据式(11), 拐点L的x坐标计算公式, 与式(6)相同。由于n > 1和c > 1, 该料场砂砾料的级配曲线必然存在拐点, 且当x < x<sub>f</sub>时, P'' > 0, 为下凹型曲线段, 反之, 当x > x<sub>f</sub>时, P'' < 0, 为上凸型曲线段。可见, C3料场砂砾料的级配, 基本为S型分布类型曲线。

### 2.3 大石门C4料场

大石门沥青混凝土心墙坝, 位于新疆巴州且末县境内的车尔臣河干流上, 最大坝高130 m, 为正在开建的世界上最高的沥青混凝土心墙砂砾石坝。坝区C4料场位于坝址上游齐里萨依河左岸VIII~IX级阶地上, 为第四系上更新统冲积的含漂石砂砾石层, 储料700万m<sup>3</sup>, 对设计和施工单位的料场勘探资料, 共采用27组级配, 图7为级配分布图, 图中级配包线同样为采用

粒径外包法确定。

对图7料场勘探级配,根据式(2)进行拟合,参数  $c$  和  $n$  的分布见图8,相关系数均在0.99以上。

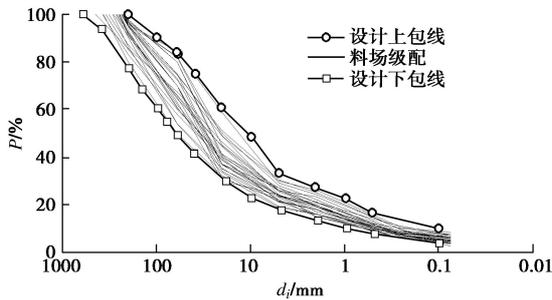


图7 C4料场砂砾料及勘测级配

Fig. 7 C4 material gravel and surveyed gradation

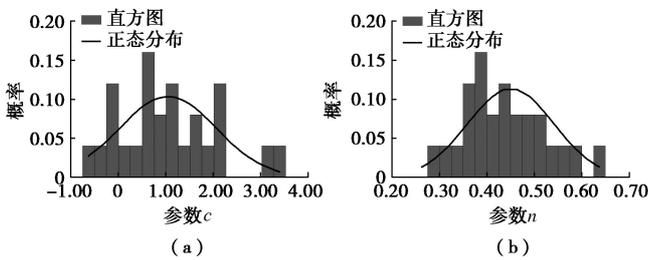


图8 C4料场砂砾料的级配参数概率分布

Fig. 8 Probability distribution of gradation parameters of C4 stockyard

可见: C4料场级配的参数  $n$  都小于1.0, 均值0.45;  $c$  均值为1.037, 为上凸型曲线, 其中TK2、TK56、TK58、TK60级配的  $c$  值较小, 近似分形分布。

### 2.4 级配参数与 $C_u$ , $C_c$ 的关系

考虑到不均匀系数  $C_u$ 、曲率系数  $C_c$  等参数是传统衡量土料级配的重要参数, 为便于理解本文级配方程参数的物理含义, 根据级配方程式(2), 推导级配参数  $c$ ,  $n$  与  $C_u$ ,  $C_c$  的关系:

$$C_u = \sqrt[n]{\frac{\ln(0.4 + 0.6 \cdot e^{-c})}{\ln(0.9 + 0.1 \cdot e^{-c})}}, \quad (12)$$

$$C_c = \sqrt[n]{\frac{[\ln(0.7 + 0.3 \cdot e^{-c})]^2}{\ln(0.4 + 0.6 \cdot e^{-c}) \cdot \ln(0.9 + 0.1 \cdot e^{-c})}}. \quad (13)$$

可见, 级配方程参数与传统  $C_u$ ,  $C_c$  指标具有一一对应的关系, 也可利用级配参数计算  $C_u$ ,  $C_c$  指标, 根据经验初判砂砾料级配的优劣。

### 3 确定砂砾料级配包线的新方法

对图2(b), 图4(b)和图7所示砂砾料每条级配的粒径数据, 除以该级配的最大粒径, 即对级配的粒径进行规一化处理, 然后绘制规一化粒径与对应的质量百分数的曲线图, 见图9所示。为便于比较, 将

按粒径外包法确定的设计级配包线也绘于图中。

可见, 按粒径外包法确定的图2(b), 图4(b)和图7中的设计包线, 不能反映归一化后的级配范围。究其原因, 设计包线范围内的级配最大粒径, 是位于上、下包线最大粒径之间的区间变量, 但根据料场砂砾料粒径为自变量的级配曲线, 采用粒径外包法确定设计包线的方法, 在只有图示勘探样本数据的前提下, 级配包线虽然包络了样本最大粒径的范围, 但由于样本数量的限制, 却未能包络住样本级配的粒径分布规律, 不能全面反映料场填筑级配的特性。

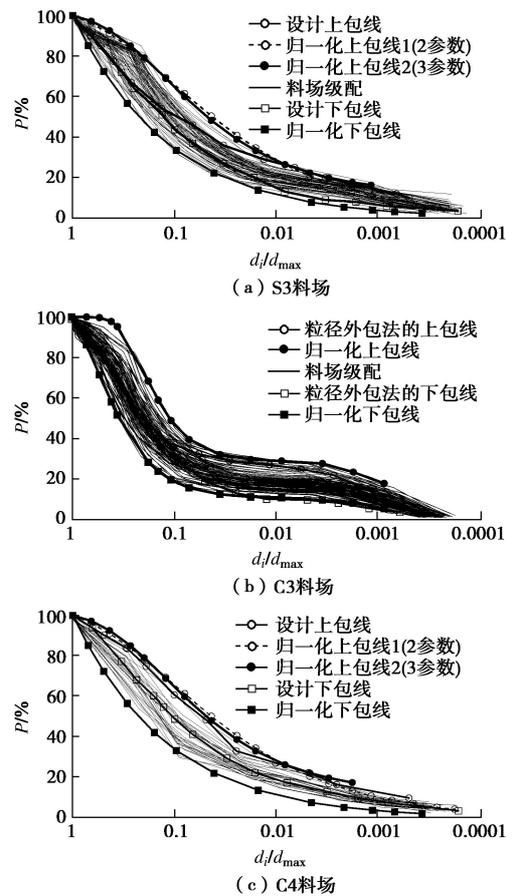


图9 砂砾料归一化级配曲线及包络线

Fig. 9 Normalized grading curves and envelopes

图10示出了阿尔塔什大坝的料场级配、填筑级配和依据粒径外包法计算级配包络线的关系曲线。图中TG-13-26为C3料场勘探级配, 对应最大粒径为412 mm, 根据式(9)拟合的级配曲线参数  $b$ ,  $c$  和  $n$  分别为0.83, 8.941和1.303; TG-13-66也是C3料场勘探级配, 对应最大粒径为240 mm, 根据式(9)拟合的级配曲线参数  $b$ ,  $c$  和  $n$  分别为0.881, 6.29和1.769, 都在粒径外包法确定的级配包线内。图中JC-26和JC-66为大坝开工后的填筑级配, JC-26、JC-66级配的最大粒径分别为305 mm和397 mm, 而反映粒径分布规律的级配参数  $b$ ,  $c$ ,  $n$  和TG-13-26、TG-13-66级配完全相同。填

筑级配JC-26、JC-66的最大粒径、砾石含量以及0.075 mm以下的颗粒含量等特征值完全满足规范要求, 但如果根据粒径外包法确定的级配包络线判断, JC-26级配超出了设计上包线, JC-66级配则超出了下包线范围, 都为不合格填筑单元。可见, 如果根据以往的粒径外包法确定设计包线, 则对大坝填筑级配的检测结果可能出现误判。

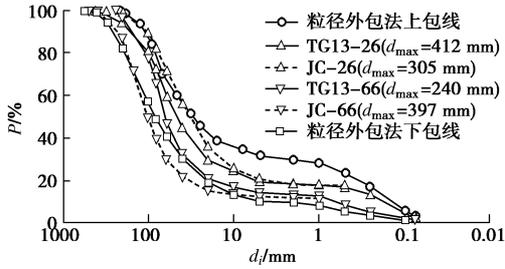


图 10 C3 料场级配、填筑级配及包络线

Fig. 10 Grading curves, construction gradations and envelope lines of C3 stockyard gravel

为此, 结合对最大粒径规一化方法整理的级配曲线图9, 重新取点确定级配包线范围。对S3料场按小于0.075 mm粒径颗粒含量不大于10%的设计要求取点, 剔除粒径5 mm以下含量过高的TK24号级配, 采用式(2)拟合; C3料场0.075 mm粒径以下颗粒含量均较低, 按5 mm粒径以下的含量不大于30%的设计要求取点, 采用式(9)拟合粒径大于0.5 mm的颗粒级配; C4料场级配用式(2)拟合; 得到规一化的级配包线参数见表1所示, 拟合曲线示于图9。可见除S3、C4料场上包线, 由于曲线的尾端变化较平缓拟合较差外, 其余级配曲线拟合效果均较好。对于S3、C4料场的上包线, 利用式(9)的3参数模型重新拟合, 参数见表1, 可见拟合效果明显改善。

表 1 砂砾料归一化级配包线参数

Table 1 Gravel normalized graded package parameters

工程名	类型	级配参数			最大粒径 /mm
		b	c	n	
大石峡	上包线 1	—	3.025	0.490	150
	上包线 2	0.9	3.881	0.643	150
	下包线	—	0.104	0.482	600
阿尔塔什	上包线	0.715	16.362	1.741	200
	下包线	0.991	2.353	1.433	600
大石门	上包线	0.934	3.409	0.601	200
	下包线	—	0.242	0.483	600

根据级配公式(2)和式(9), 以及表1的级配曲线参数和最大粒径, 计算得到采用归一化技术处理后的级配包线, 见图11所示。可见, 按本文方法确定的包线范围, 比粒径外包法确定的包线更宽一些, 也可

更客观地反映料场级配的分布规律, 图中JC-26、JC-66检测级配也均满足级配包线的要求。

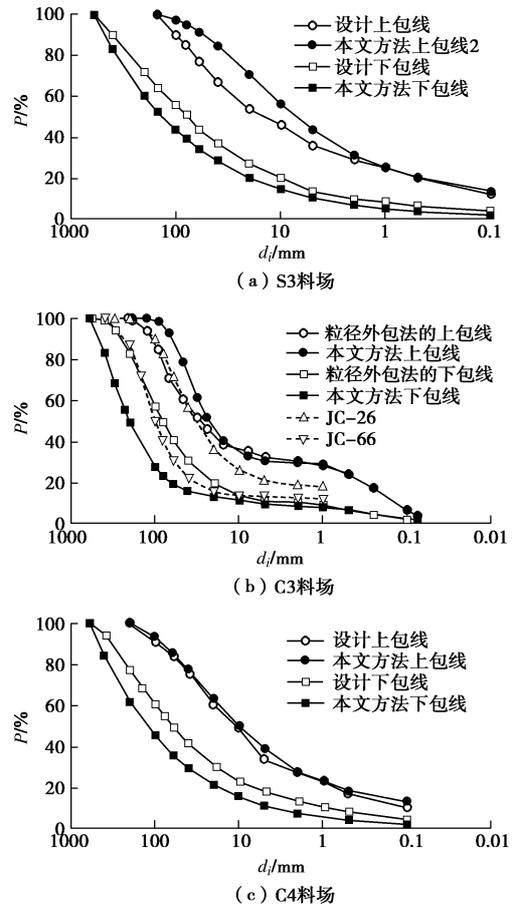


图 11 采用归一化技术确定的砂砾料级配包络线

Fig. 11 Gradation envelopes determined by normalization technique

## 4 结 论

(1) 提出了基于 Weibull 模型的可描述连续或区间连续级配砂砾料的“S型”、“反S型”、“上凸型”以及分形分布的统一级配方程及参数取值范围, 对高坝料场砂砾料的检验结果表明, 具有很好的适用性。

(2) 对于粒径连续分布的砂砾料, 采用 2 参数模型就可较好地模拟级配; 对于缺少 2~1 mm 粗砂的阿尔塔什区间连续级配砂砾料, 则宜采用 3 参数模型模拟; 对于级配上包线, 采用 3 参数模型可更好地反映级配尾端变化较为平缓的特征。

(3) 3 个料场级配资料的统计分析结果表明, 大石峡和大石门料场砂砾料基本为“上凸型”分布, 而阿尔塔什筑坝砂砾料级配主要为“S型”分布。

(4) 提出了基于最大粒径规一化技术确定砂砾料设计级配包线的新方法, 可更合理反映料场级配的真实分布规律, 为大坝填筑质量控制及研究粗粒料级配的物理力学性质, 提供更客观的依据。

## 参考文献:

- [1] MENQ F Y. Dynamic properties of sandy and gravelly soils[D]. Austin: University of Texas at Austin, 2003.
- [2] 刘映晶, 王建华, 尹振宇. 考虑级配效应的粒状材料本构模拟[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 299 - 305. (LIU Ying-jing, WANG Jian-hua, YIN Zhen-yu, et al. Constitutive modeling for granular materials considering grading effect [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 299 - 305. (in Chinese))
- [3] 杨 鸽, 朱 晟. 考虑堆石料空间变异性的土石坝地震反应随机有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(10): 1822 - 1832. (YANG Ge, ZHU Sheng. Seismic response of rockfill dams considering spatial variability of rockfill materials via random finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(10): 1822 - 1832. (in Chinese))
- [4] 朱 晟, 邓石德, 宁志远. 基于分形理论的堆石料级配设计方法[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(6): 1151 - 1155. (ZHU Sheng, DENG Shi-de, NING Zhi-yuan, et al. Gradation design method of rockfill materials based on the fractal theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(6): 1151 - 1155. (in Chinese))
- [5] MCDOWELL G R, BOLTON M D, ROBERTSON D. The fractal crushing of granular materials[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1996, **44**(12): 2079 - 2102.
- [6] TURCOTTE D L. Fractals and fragmentation[J]. Geophys Res, 1986, **91**(B2): 1921 - 1926.
- [7] 张季如, 胡 泳, 张弼文. 石英砂砾破碎过程中粒径分布的分形行为研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(5): 784 - 791. (ZHANG Ji-ru, HU Yong, ZHANG Bi-wen. Fractal behavior of practical-size distribution during particle crushing of quartz sand and gravel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(5): 784 - 791. (in Chinese))
- [8] 朱 晟, 钟春欣, 郑希镭, 等. 堆石体的填筑标准与级配优化研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(1): 108 - 115. (ZHU Sheng, ZHONG Chun-xin, ZHENG Xi-lei. Filling standards and gradation optimization of rockfill materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(1): 108 - 115. (in Chinese))
- [9] 朱 晟, 宁志远, 钟春欣, 等. 考虑级配效应的堆石体颗粒破碎与变形特性研究[J]. 水利学报, 2018, **49**(7): 849 - 857. (ZHU Sheng, NING Zhi-yuan, ZHONG Chun-xin, et al. Study on particle crush and deformation characteristics considering rockfill gradation effect[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, **49**(7): 849 - 857. (in Chinese))
- [10] 蔡正银, 李小梅, 韩 林. 考虑级配和颗粒破碎影响的堆石料临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(8): 1357 - 1364. (CAI Zheng-yin, LI Xiao-mei, HAN Lin, et al. Critical state of rockfill materials considering particle gradation and breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(8): 1357 - 1364. (in Chinese))
- [11] DLT5356—2006 水电水利工程粗粒土试验规程[S]. 2006. (DLT5356—2006 Code for coarse-grained soil tests for hydropower and water conservancy engineering[S]. 2006. (in Chinese))
- [12] WEIBULL W. A. statistical distribution function of wide applicability[J]. Journal of Applied Mechanics, 1951, **18**(3): 293 - 297.