

DOI: 10.11779/CJGE2018S2012

饱和土 - 结构动力相互作用分析中地震动输入方法研究

胡 丹, 李 芬, 张开银

(武汉理工大学交通学院, 湖北 武汉 430063)

摘 要: 为解决地震荷载下土 - 结构相互作用研究中地震动的输入和半无限地基的模拟两个关键问题, 阐述并比较了不同地震动输入方法, 如波动法、人工边界子结构法和 DRM 方法。相对于其他地震动输入方法, DRM 方法将地震动外源激励转化为内源激励问题, 且在考虑材料非线性时, 不需要对整体模型进行非线性分析, 提高了模型的计算效率和准确性。基于区域缩减法 DRM 提出了针对饱和土多孔介质的地震动输入方法, 用数值算例验证了该方法的有效性。

关键词: 地震动输入方法; 饱和土; DRM 方法

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2018)S2 - 0058 - 05

作者简介: 胡 丹(1989 -), 女, 博士研究生, 主要从事桩 - 饱和土相互作用方面的研究工作。E-mail: hudan1989.happy@163.com。

Wave input method for saturated soil-structure dynamic interaction analysis

HU Dan, LI Fen, ZHANG Kai-yin

(School of Transportation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

Abstract: In the process of establishing the numerical model to study the soil-structure dynamic interaction problem, the wave input method and the simulation of wave propagation behavior within the semi-infinite medium are critical. There are many wave input methods, such as the wave method, method of substructure of artificial boundary and domain reduction method. The domain reduction method has some advantages over the other methods. On one hand, the earthquake input motion is converted to the source excitation motion within the model, thus the absorbing boundary works better. On the other hand, the size of the numerical model is reduced. The domain reduction method is used for saturated soils through the similar formulation, and the effective forces and effective flow are derived. The proposed method is verified by a simple numerical test.

Key words: wave input method; saturated soil; domain reduction method

0 引 言

近年来, 随着大型结构物和地下结构物的兴建, 土 - 结构动力相互作用问题成为研究的热点, 主要研究方法包括原型观测、模型试验和数值模拟。随着计算机技术和有限元、有限差分等数值方法的发展, 数值模拟成为研究此类问题的重要手段。在建立地震激励下土 - 结构动力相互作用的数值模型时, 如何实现地震动输入和模拟半无限地基是两个需要解决的关键问题。

对于内源激励问题可以采用无限元或在人工边界处设置吸收边界近似模拟波在半无限地基中的传播; 但对于地震等外源激励问题, 还需要解决地震动的输入问题, 如何实现地震动输入直接影响分析结果的准确性。本文阐述并比较了不同地震动输入方法, 如波动法、人工边界子结构法和区域缩减法 (Domain Reduction Method, DRM)。相对于其他地震动输入方法, DRM 方法将地震动外源激励转化为内源激励问

题, 使得吸收边界等人工边界能更好地吸收散射波场, 模拟波向无限远处的传播; 且在不影响计算精度条件下缩减了有限元计算模型, 减小了计算工作量。本文基于区域缩减法 DRM 提出了针对饱和土多孔介质的地震动输入方法, 将地震激励转化为等效荷载和流量施加在人工截断边界上, 用数值算例验证了该方法的有效性。

1 地震动输入方法

地震分析中常用的地震动近似处理方法是: 假设模型底部为基岩, 对于刚性地基, 可以在模型底部直接输入速度或加速度时程, 对侧向边界不做处理或只设置人工边界, 该方法不能准确描述波在半无限地基中的传播; 对于柔性地基, 可将地震激励转化为等效输入荷载施加在底部边界, 并在侧向和底部的人工边

界上施加吸收边界。Joyner 等^[1]在一维模型的截断边界上施加黏性边界, 推导了人工边界上的等效输入荷载。Zhao 等^[2]基于有限元与无限元耦合模型模拟波在无限介质中的传播, 提出了应力增长因子将入射 P 波和 SV 波转化为广义力。Wolf^[3]提出了自由场边界, 即在计算模型外侧设置吸收边界和建立自由场模型, 由自由场模型计算自由场运动, 吸收边界吸收散射场运动, 叠加可以得到计算模型的等效输入载荷。Nielsen^[4]在 Abaqus 中自定义了自由场边界单元, 并基于该单元解决了剪切波竖向入射问题。

1.1 波动法和人工边界子结构法

刘晶波等^[5]基于 Joyner 等提出的方法, 推导了在截断边界上施加黏弹性边界的等效输入地震荷载, 称之为“波动法”。该方法有着较高的精度, 然而波动法的实现过程比较复杂, 首先要求解自由场模型在对应人工边界不同位置处的应力, 还需要确定人工边界的附加力, 以及人工边界面上荷载的作用方向和人工边界节点代表的单元面积。波动法的处理方法复杂、计算量大, 在实际工程中的应用仍存在不便。

刘晶波等^[6]提出了一种基于人工边界子结构模型的等效地震动输入方法, 人工边界等效输入地震荷载的确定仅与人工边界节点和与人工边界节点相邻的内部节点运动有关, 与内部节点无关。因此只需要建立由人工边界结点及相邻内部节点构成的人工边界子结构模型, 即可基于人工边界子结构模型的动力分析求得等效地震荷载 F_B 。该方法在一定程度上简化了计算。然而在截断边界上同时施加等效荷载和施加吸收边界, 吸收边界对散射波场的吸收效果一般。

上述方法的思路都是将地震激励转化为等效荷载施加在截断边界上, 在截断边界上施加吸收边界模拟波在无限介质中的传播。一般来说, 吸收边界对于内源激励散射场的吸收效果更好, Bielak^[7]提出了 DRM 方法进一步将地震动外源激励问题转化为内源问题。研究表明结合 DRM 方法, 在截断边界上施加吸收边界能更好地吸收散射波场, 与自由场模型的计算结果更为接近。

1.2 DRM 方法

Bielak^[7]提出可将外部激励转化为等效力施加在模型内部, 在人工截断边界上施加吸收边界吸收内部散射波场。该方法将外源激励转化为内源激励, 且在考虑材料非线性时, 不需要对整体模型进行非线性分析, 提高了模型的计算效率和准确性, 因此被称为“Domain Reduction Method”, 简称 DRM 方法。DRM 方法对处理复杂的内部几何模型, 以及考虑土体材料非线性特性尤为有效。

图 1 (a) 为半无限空间的土 - 结构相互作用整

体模型, 在进行地震分析时, 需要设置人工截断边界缩小计算区域。如图 1 (b) 所示, 截断边界 Γ^+ 将计算范围控制在有限区域内, 虚拟边界 Γ 将计算区域分为两部分, 内部区域 Ω 和包含震源的外部区域 Ω^+ 。Bielak 提出可以将地震激励转化为激励力 P_e 施加在虚拟边界 Γ 上, 内部区域和外部区域的节点位移分别为 u_i 和 u_e , 虚拟边界 Γ 上的节点位移为 u_b 。

内部区域和外部区域的整体运动方程为

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_e \end{Bmatrix} \quad (1)$$

其中 M, K 分别代表质量矩阵和刚度矩阵, 下标 i, e 和 b 分别代表内部节点, 外部节点和边界节点, 上标 Ω 和 Ω^+ 分别表示内部区域和外部区域。

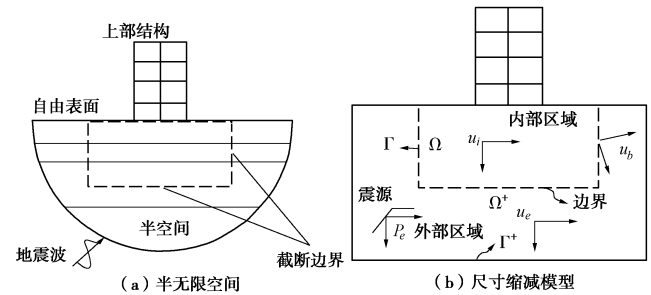


图 1 半无限空间与尺寸缩减模型

Fig. 1 Semi-infinite space and reduced model

等效地震荷载 P_e 可以由自由场模型运动方程得到。自由场模型如图 2 所示, 虚拟边界 Γ 将整体区域分为两部分, 内部区域和外部区域分别用 Ω^0 和 Ω^+ 表示, 内部区域和外部区域的节点位移分别为 u_i^0 和 u_e^0 , 虚拟边界 Γ 上的节点位移为 u_b^0 。

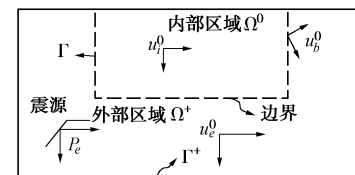


图 2 自由场模型

Fig. 2 Model of free field

外部区域 Ω^+ 的运动方程为

$$\begin{bmatrix} M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_b^0 \\ \ddot{u}_e^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b^0 \\ u_e^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -P_b^0 \\ P_e \end{Bmatrix} \quad (2)$$

地震力可以表示为

$$P_e = M_{eb}^{\Omega^+} \ddot{u}_b^0 + M_{ee}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 + K_{eb}^{\Omega^+} u_b^0 + K_{ee}^{\Omega^+} u_e^0 \quad (3)$$

由式 (3) 可知, 地震力与外部区域的位移 u_e^0 相关。

Bielak 引入整体模型和自由场模型的相对位移项 w_e ,

$$w_e = u_e - u_e^0 \quad (4)$$

将式 (4) 和地震力表达式 (3) 代入土 - 结构整体运动方程 (1), 等效地震荷载可表示为

$$P^{\text{eff}} = \begin{Bmatrix} P_i^{\text{eff}} \\ P_b^{\text{eff}} \\ P_e^{\text{eff}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{be}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega^+} u_e^0 \\ M_{eb}^{\Omega^+} \ddot{u}_b^0 + K_{eb}^{\Omega^+} u_b^0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

等效地震荷载 P^{eff} 与子矩阵 $M_{be}^{\Omega^+}$, $K_{be}^{\Omega^+}$, $M_{eb}^{\Omega^+}$, $K_{eb}^{\Omega^+}$ 相关。建立与虚拟边界相邻的边界面 Γ^e , 如图 3 (a) 所示, 这些子矩阵仅存在于边界面 Γ 和 Γ^e 之间的单元。通过方程式 (5) 将地震荷载转化为等效力并施加在边界面 Γ 和 Γ^e 上, 这相当于一个内源问题。为了吸收向外传播的散射波, 在人工边界面上施加吸收边界。

我们一般只关心内部区域的响应, 可缩小外部区域范围, 这在一定程度上缩小了计算模型, 因此该方法称为 “Domain Reduction Method” (区域缩减法), 简称为 DRM。如图 3 (b) 所示, 缩减模型的外部区域用 $\hat{\Omega}^+$ 表示, 人工边界面用 $\hat{\Gamma}^+$ 表示。

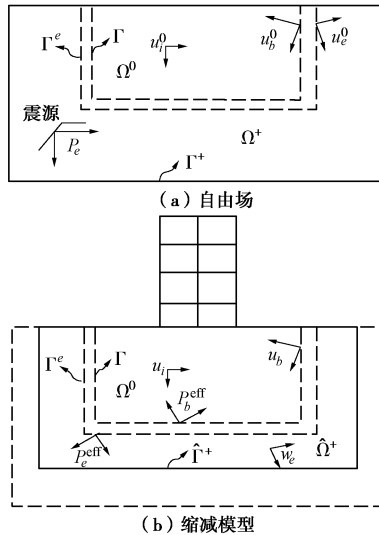


图 3 土 - 结构相互作用模型

Fig. 3 Model of soil-structure interaction

总结来说, DRM 分两步: 首先建立自由场模型获得邻近面 Γ 和 Γ_e 以及它们之间节点的自由场运动, 计算等效地震荷载; 将等效地震荷载施加到土 - 结构相互作用模型的边界面 Γ 和 Γ_e 上进行整体结构动力响应分析。

2 DRM 方法在饱和多孔介质中的实现

近年来, 一些学者基于 DRM 方法开展了相关研究。S. Kontoe 等^[8]比较了在模型侧向边界施加黏性吸

收边界, 和结合 DRM 方法与黏性吸收边界的计算结果。结果表明只施加黏性吸收边界时, 近地场的响应往往会偏小。而结合 DRM 方法得到的结果明显更接近于实际自由场响应, 且在侧向边界面基本不存在波的反射。B. Mourad 等^[9]采用 DRM 方法将包含地下土和激励源的复杂土体半空间模型缩减到较小的区域, 结合上层建筑的柔度模型研究土 - 结构相互作用。Y. Isbilibroglu 等^[10]采用 DRM 方法研究地面多建筑群的土 - 结构相互作用。当需要考虑不同的内部模型参数时, 采用 DRM 方法则不需要重复计算自由场响应, 大大提高了计算效率。L. Zdravkovic 等^[11]比较了施加三种不同边界条件得到的自由场响应, 包括: 固定位移侧向边界, 底部输入地震荷载; 侧向吸收边界, 底部输入地震激励; 依据 DRM 方法在模型内部输入地震激励, 底部和侧向施加吸收边界。与一维自由场响应对比, 结果表明 DRM 方法能够最好的模拟自由场响应, 且与其他模型相比节约了一半的时间。A. Elgamel 等^[12]指出 DRM 方法能够准确模拟土 - 结构相互作用模型中三维地震波的传播。

下面将 DRM 方法扩展到饱和多孔介质中, 将外源激励转化为等效力和流量施加在虚拟边界 Γ 和 Γ^e 上。

2.1 简化 Biot 理论 “SD” 的动力方程空间离散

两相介质动力平衡方程为

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho \ddot{u}_i^s \quad (6)$$

液体连续性方程为

$$\kappa p_{,ii} - \frac{\phi^2}{R} \dot{p} - \alpha \dot{u}_{i,i}^s = \kappa f_{i,i}^f \quad (7)$$

式中, F_i 和 f_i 分别表示固相和液相的体积力, κ 为液体渗透系数, p 表示孔隙水压, ρ 为混合物密度, σ 表示固相应力, ϕ 表示孔隙率, α 和 R 分别用于描述固相和液相的可压缩性。

根据虚位移原理, 忽略体力, 可以得到平衡方程的弱形式:

$$\int_V \theta_i \{ \sigma_{ij,j} - \rho \ddot{u}_i \} dV = 0 \quad (8)$$

忽略体力, 液体连续性方程的弱形式为

$$\int_V \eta \left\{ \kappa p_{i,i} - \alpha \dot{u}_{i,i} - \frac{\phi^2}{R} \dot{p} \right\} dV = 0 \quad (9)$$

其中 θ_i 为固相的虚位移, $\theta_i = \delta u_i$, $\eta = \delta p$ 表示虚孔压。

将动力方程进行空间离散, 平衡方程和连续性方程可以表示为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L^T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -L \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_t^{e,d} - f_p^{e,d} \\ f^{e,\theta} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, $M = \int_V (N^{e,u})^T \cdot \rho \cdot N^{e,u} dV$, $S = \int_V (N^{e,p})^T \cdot \frac{\phi^2}{R} \cdot N^{e,p} dV$, $L = \int_V (\tilde{B}^{e,u})^T \cdot \alpha \cdot N^{e,p} dV$, $\Phi = \int_V (B^{e,p})^T \cdot \kappa \cdot B^{e,p} dV$, $K = \int_V (B^{e,u})^T \cdot D^{\text{elastic}} \cdot B^{e,u} dV$, $f_t^{e,d} = \int_s (N^{e,u})^T \cdot t^{\sigma'} dS$, $f_p^{e,d} = \int_s (N^{e,u})^T \cdot \alpha p n dS$, $f^{e,\theta} = \kappa \int_s (N^{e,p})^T \cdot p_i n_i dS$ 。其中 $N^{e,u}$ 和 $N^{e,p}$ 分别表示固相位移和孔压的形函数。

2.2 推导饱和多孔介质的 DRM 方法

依据方程式 (10) 推导适用于饱和多孔介质的地震动等效荷载。如图 4 所示, 自由场模型外部区域 Ω^+ 的平衡方程可表示为

$$\begin{bmatrix} M_{bb}^{\Omega^+} & M_{be}^{\Omega^+} \\ M_{eb}^{\Omega^+} & M_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_b^0 \\ \ddot{u}_e^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb}^{\Omega^+} & K_{be}^{\Omega^+} \\ K_{eb}^{\Omega^+} & K_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_b^0 \\ u_e^0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{bb}^{\Omega^+} & L_{be}^{\Omega^+} \\ L_{eb}^{\Omega^+} & L_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_b^0 \\ p_e^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_b^0 \\ P_e^0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

自由场模型外部区域 Ω^+ 的连续性方程可表示为

$$\begin{bmatrix} L_{bb}^{\Omega^+} & L_{be}^{\Omega^+} \\ L_{eb}^{\Omega^+} & L_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{u}_b^0 \\ \dot{u}_e^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{bb}^{\Omega^+} & S_{be}^{\Omega^+} \\ S_{eb}^{\Omega^+} & S_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_b^0 \\ \dot{p}_e^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{bb}^{\Omega^+} & \Phi_{be}^{\Omega^+} \\ \Phi_{eb}^{\Omega^+} & \Phi_{ee}^{\Omega^+} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_b^0 \\ p_e^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_b^0 \\ Q_e^0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中 P_e 可以用自由场位移、加速度和孔压表示,

$$P_e = M_{eb}^{\Omega^+} \ddot{u}_b^0 + M_{ee}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 + K_{eb}^{\Omega^+} u_b^0 + K_{ee}^{\Omega^+} u_e^0 - L_{eb}^{\Omega^+} p_b^0 - L_{ee}^{\Omega^+} p_e^0 \quad (13)$$

同样的, 液体流量可以由自由场速度、孔压、孔压导数得到,

$$Q_e = L_{be}^{\Omega^+} \dot{u}_b^0 + L_{ee}^{\Omega^+} \dot{u}_e^0 + S_{eb}^{\Omega^+} \dot{p}_b^0 + S_{ee}^{\Omega^+} \dot{p}_e^0 + \Phi_{eb}^{\Omega^+} p_b^0 + \Phi_{ee}^{\Omega^+} p_e^0 \quad (14)$$

假设外部区域 Ω^+ 的土体表现出线性特性, 位移、加速度和孔压响应可以用自由场响应和相对响应叠加得到,

$$u_e = u_e^0 + w_e, \quad \ddot{u}_e = \ddot{u}_e^0 + \ddot{w}_e, \quad p_e = p_e^0 + \tilde{p}_e, \quad \dot{p}_e = \dot{p}_e^0 + \dot{\tilde{p}}_e \quad (15)$$

分别代入整体模型的平衡方程和连续性方程可以得到等效荷载和流量的表达式:

$$P^{\text{eff}} = \begin{Bmatrix} P_i \\ -M_{be}^{\Omega^+} \ddot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega^+} u_e^0 + L_{be}^{\Omega^+} p_e^0 \\ M_{eb}^{\Omega^+} \ddot{u}_b^0 + K_{eb}^{\Omega^+} u_b^0 - L_{eb}^{\Omega^+} p_b^0 \end{Bmatrix}, \quad (16)$$

$$Q^{\text{eff}} = \begin{Bmatrix} Q_i \\ -L_{be}^{\Omega^+} \dot{u}_e^0 - S_{be}^{\Omega^+} \dot{p}_e^0 - \Phi_{be}^{\Omega^+} p_e^0 \\ L_{be}^{\Omega^+} \dot{u}_b^0 + S_{eb}^{\Omega^+} \dot{p}_b^0 + \Phi_{eb}^{\Omega^+} p_b^0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

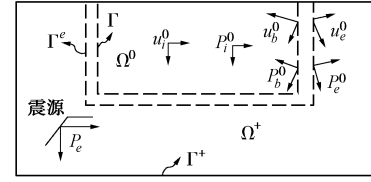


图 4 自由场模型

Fig. 4 Model of free field

3 DRM 方法的验证

由式 (15) 可知, 在缩减模型的边界面 Γ 和 Γ_e 上输入等效荷载得到外部区域 Ω^+ 的波动场为 w^e , 即整体模型和自由场模型的相对位移。如果缩减模型外部区域运动与自由场运动一致, 即得到的缩减模型外部区域波动场为 0。可以依据该特点验证 DRM 方法的有效性。

首先研究一维均匀弹性半空间自由场的地震波动输入问题, 介质的材料参数如表 1 所示, 渗透系数为 $\kappa = 1 \times 10^{-8} \text{ m}^2 / (\text{Pa} \cdot \text{s})$ 。

计算区域如图 5 所示, 自由场模型尺寸为 $1 \text{ m} \times 401 \text{ m}$, 缩减模型为 $1 \text{ m} \times 71 \text{ m}$, 有限元单元尺寸为 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ 。

表 1 土体材料参数

Table 1 Material properties of soils

体积模量 K/Pa	剪切模量 G/Pa	Biot 系数	Biot 模量 M/Pa	孔隙率 $\%$	混合物密度 $/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	泊松比
2.1×10^8	9.8×10^5	1	4.0×10^9	48	18840	0.3

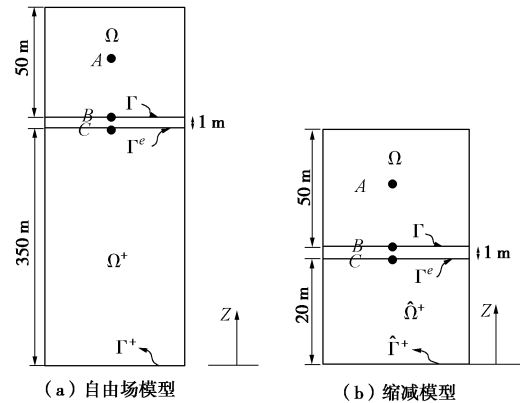


图 5 自由场模型和缩减模型

Fig. 5 Model of free field and reduced model

比较由自由场模型和缩减模型得到的 A, B, C 三点的加速度响应, 如图 6 (a) ~ (c) 所示。在内部区域, 由自由场模型和缩减模型得到的点 A 和 B 加速度响应相同。在外部区域, 由缩减模型得到的点 C 的加速度响应为 0, 验证了 DRM 的有效性。

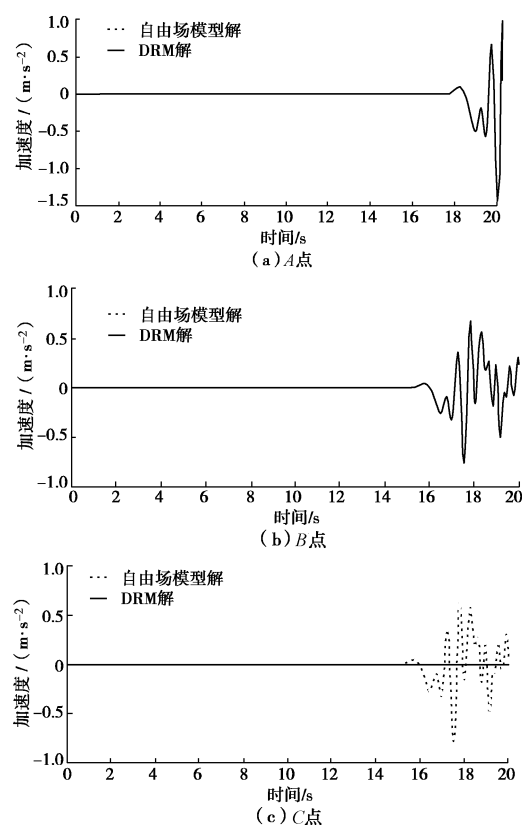


图 6 A, B 和 C 点加速度时程响应

Fig. 6 Acceleration responses at point A, B and C

4 结 语

概述并比较了不同地震动输入方法,如波动法、人工边界子结构法和 DRM 方法。相对于其他地震动输入方法,DRM 方法将地震动外源激励转化为内源激励问题,且在考虑材料非线性时,不需要对整体模型进行非线性分析,提高了模型的计算效率和准确性。基于区域缩减法 DRM 推导了适用于饱和土多孔介质的地震动输入方法,用一维数值算例验证了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] JOYNER W B, CHEN ALBERT T F. Calculation of nonlinear ground response in earthquakes[J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1975, **65**(5): 1315 - 1336.
- [2] ZHAO C, VALLIAPPAN S. A dynamic infinite element for three-dimensional infinite-domain wave problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1993, **36**(15): 2567 - 2580.
- [3] WOLF J P. Soil-structure-interaction analysis in time domain[J]. Nuclear Engineering & Design, 1989, **111**(3): 381 - 393.
- [4] NIELSEN A H. Towards a complete framework for seismic analysis in Abaqus[J]. Engineering & Computational Mechanics, 2014, **167**(1): 3 - 12.
- [5] 刘晶波, 吕彦东. 结构-地基动力相互作用问题分析的一种直接方法[J]. 土木工程学报, 1998, **31**(3): 55 - 64. (LIU Jing-bo, LÜ Yan-dong. A direct method for analysis of dynamic soil-structure interaction[J]. China Civil Engineering Journal, 1998, **31**(3): 55 - 64. (in Chinese))
- [6] 刘晶波, 谭辉, 宝鑫, 等. 土-结构动力相互作用分析中基于人工边界子结构的地震波动输入方法[J]. 力学学报, 2018, **50**(1): 32 - 43. (LIU Jing-bo, TAN Hui, BAO Xin, et al. The seismic wave input method for soil-structure dynamic interaction analysis based on the substructure of artificial boundaries[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2018, **50**(1): 32 - 43. (in Chinese))
- [7] BIELAK J. Reply to "Comment on 'Domain Reduction Method for Three-Dimensional Earthquake Modeling in Localized Regions, Part I: Theory,' by J Bielak, K Loukakis, Y Hisada, and C Yoshimura, and 'Part II: Verification and Applications,' by C Yoshimura, J Bielak, Y Hisada, and A Fernandez," by E Faccioli, M Vanini, R Paolucci, and M Stupazzini[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2005, **95**(2): 770 - 773.
- [8] KONTOS S. Development of time integration schemes and advanced boundary conditions for dynamic geotechnical analysis[D]. London: University of London, 2006.
- [9] MOURAD B, SABAH M. Comparison between static nonlinear and time history analysis using flexibility-based model for an existing structure and effect of taking into account soil using Domain Reduction Method for a single media[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2015, **19**(3): 651 - 663.
- [10] ISBILIROGLU Y, TABORDA R, BIELAK J. Coupled soil-structure interaction effects of building clusters during earthquakes[J]. Earthquake Spectra, 2015, **1**: 463 - 500.
- [11] ZDRAVKOVIC L, KONTOS S. Some issues in modeling boundary conditions in dynamic geotechnical analysis[C]// The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics. 2008.
- [12] ELGAMAL A, YAN L, YANG Z, et al. Three-dimensional seismic response of Humboldt Bay bridge-foundation-ground system[J]. Journal of Structural Engineering, 2008, **134**(7): 1165 - 1176.

(本文责编 明经平)