

DOI: 10.11779/CJGE201802003

# 基于解析层元法的成层半平面地基移动荷载动力响应研究

艾智勇<sup>1,2</sup>, 刘文杰<sup>1,2</sup>, 任广鹏<sup>1,2</sup>, 刘春林<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 解析层元法具有较高的计算效率和数值稳定性, 为此基于解析层元法研究移动荷载作用下层状各向同性地基的平面应变动力响应问题。假定研究坐标系随移动荷载同步移动, 移动荷载相对于移动坐标系处于相对静止状态, 从而将移动荷载作用下的动力问题转化为准静态问题。结合移动坐标系下的控制方程和傅里叶变换方法, 推导出单层有限厚度和半空间土体在傅里叶变换域内的解析层元。根据有限层法原理组装各土层的解析层元得到总刚度矩阵, 再结合边界条件求解总刚度矩阵方程在积分变换域内的解。然后, 利用傅里叶积分逆变换将变换域内的解答转换为物理域内的解。最后, 通过算例验证本文理论的正确性, 并分析荷载移动速度、荷载作用深度、成层性及地基加固厚度与加固效果等对成层地基动力响应的影响。研究表明: 地基的竖向位移和竖向应力随荷载移动速度的提高而不断增大, 当移动速度接近土体的剪切波速时, 地基竖向位移和竖向应力均迅速增加; 移动荷载作用下地基的成层性对土体的竖向位移有较大的影响, 且主要受地基表层土体性质的影响; 表层土体的加固对减小地基沉降有显著效果, 随着加固效果的增加, 地表沉降的减小量逐渐降低。

**关键词:** 解析层元法; 移动荷载; 动力响应; 成层半平面地基

中图分类号: TU470

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2018)02-0237-07

**作者简介:** 艾智勇(1966-), 男, 江西余江人, 博士, 教授, 主要从事岩土及地下工程方面的教学和研究工作。E-mail: zhiyongai@tongji.edu.cn。

## Dynamic response of a multilayered half-plane under moving loads with analytical layer-element method

AI Zhi-yong<sup>1,2</sup>, LIU Wen-jie<sup>1,2</sup>, REN Guang-peng<sup>1,2</sup>, LIU Chun-lin<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and

Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The analytical layer-element method owns higher computation efficiency and numerical stability. Hence, this method is utilized to analyze the dynamic response of an isotropic multilayered half-plane subjected to a moving load. It is assumed that the studied system moves synchronously with the moving load, therefore, the moving load is considered to be motionless relative to the moving system. Combining the governing equations of motion in the moving system and the Fourier transform, the analytical layer-elements for a single layer with a finite thickness and a half-plane are derived in the Fourier transform domain. The global matrix of the problem can be obtained by assembling the analytical layer-element of each layer. The solutions in the integral transform domain are obtained by combining with the boundary conditions. The corresponding solution in the frequency domain is further recovered by applying the inverse Fourier transform. Several examples are given to confirm the accuracy of the proposed method and to illustrate the influences of velocity, depth of the load, layering and reinforced thickness and effects on the dynamic response in layered soils. The following conclusions can be obtained. The vertical displacement and vertical stress increase with the increase of load velocity, and their increments increase rapidly when the load velocity gets close to the shear velocity of soils. Besides, the vertical displacement is affected by the layering of soils and the superstratum is the key factor. The reinforcement of the superstratum has a remarkable result in decreasing the settlement of foundation, but the decrease gets weak when the reinforcement effect increases.

**Key words:** analytical layer-element method; moving load; dynamic response; multilayered half-plane

基金项目: 国家自然科学基金项目(50578121)

收稿日期: 2016-05-19

## 0 引言

移动荷载作用下地基的动力响应在实际工程中广泛存在,例如运行的车辆、高铁、地铁等都会引起地基的振动。目前,已有许多学者就移动荷载作用下地基的动力响应问题进行了研究。Sneddon<sup>[1]</sup>最早使用积分变换的方法研究了在亚地震波速移动荷载作用下弹性半空间的稳态响应问题;曹彩芹等<sup>[2]</sup>将移动单元法引入到弹性土介质的半解析方法中,分析了荷载移动速度、地基阻尼等参数对地基动力响应的影响;蒋建群等<sup>[3]</sup>从数值计算分析的角度探讨了移动集中荷载作用下弹性半空间的稳态响应问题;Hung 等<sup>[4]</sup>分析了移动荷载速度对黏弹性半空间动力响应的影响。

上述对移动荷载作用下地基动力响应问题的研究多基于地基为均匀弹性体的假定,然而在实际工程中的土体通常是分层的,成层地基更符合实际情况。边学成等<sup>[5]</sup>运用传递矩阵法和欧拉梁模型研究了移动荷载作用下分层地基响应特性。解析层元方法<sup>[6]</sup>中各土层的解析层元元素仅含有负指数函数和土体物理力学参数,在数值计算过程中不会出现数值溢出现象,具有较高的计算效率和较好的数值稳定性。目前还很少有学者运用解析层元或刚度矩阵法来研究移动荷载问题。为此,本文采用解析层元法研究成层均质半平面地基在移动荷载作用下的动力响应,并分析荷载移动速度、荷载作用深度、成层性及地基加固土层厚度与加固效果对地基动力响应的影响。

## 1 移动坐标系下弹性动力控制方程

如图 1 所示,  $OXZ$  为固定直角坐标系,  $oxz$  为跟随荷载  $p$  以速度  $v$  沿着  $x$  轴方向移动的移动坐标系。坐标变换关系为

$$x = X - vt \quad (1a)$$

$$z = Z \quad (1b)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u_x}{\partial X} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \frac{\partial u_x}{\partial Z} = \frac{\partial u_x}{\partial z}, \frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial u_x}{\partial t} - v \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_z}{\partial X} = \frac{\partial u_z}{\partial x}, \frac{\partial u_z}{\partial Z} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{\partial u_z}{\partial t} - v \frac{\partial u_z}{\partial x} \end{cases} \quad (1c)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_x}{\partial X^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u_x}{\partial Z^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - 2v \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial X^2} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u_z}{\partial Z^2} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - 2v \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \end{cases} \quad (1d)$$

式中,  $u_x$ ,  $u_z$  分别为固定坐标系下沿着  $X$  轴和  $Z$  轴的位移分量,  $u_x$  和  $u_z$  分别是移动坐标系下相应的位移分量,  $t$  为时间变量。因此,由弹性力学基本方程,

可以导出本问题的控制方程为

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u_x}{\partial X^2} + G \frac{\partial^2 u_x}{\partial Z^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_z}{\partial X \partial Z} = \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \quad (2a)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 u_x}{\partial X \partial Z} + (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u_z}{\partial Z^2} + G \frac{\partial^2 u_z}{\partial X^2} = \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \quad (2b)$$

式中,  $\rho$  为密度,  $\lambda$ ,  $G$  是拉梅常数。

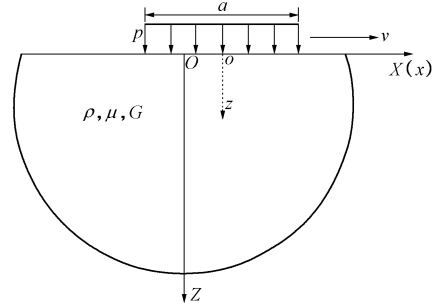


图 1 移动荷载作用在各向同性半平面地基表面

Fig. 1 Moving load on the surface of isotropic half-plane

对式 (2) 进行坐标代换得

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} = \rho \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - 2v \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right) \quad (3a)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = \rho \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - 2v \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \right) \quad (3b)$$

式 (3) 是移动坐标下均质地基的弹性动力控制方程。当动位移和时间  $t$  无关时,有  $\partial / \partial t = 0$ ,  $\partial^2 / \partial t^2 = 0$ 。因此,移动恒载作用时移动坐标下均质地基的弹性动力控制方程可表示为

$$(\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} = \rho v^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \quad (4a)$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + G \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} = \rho v^2 \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} \quad (4b)$$

## 2 移动坐标系下的解析层元

引入积分变换将偏微分方程化成常微分方程。根据 Sneddon<sup>[7]</sup>, 引入如下关于变量  $x$  的 Fourier 积分变换:

$$(\bar{u}_x, \bar{u}_z, \bar{\sigma}_z, \bar{\tau}_{xz}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (iu_x, u_z, \sigma_z, i\tau_{xz}) e^{-i\xi x} dx \quad (5a)$$

$$(u_x, u_z, \sigma_z, \tau_{xz}) = \int_{-\infty}^{+\infty} (-i\bar{u}_x, \bar{u}_z, \bar{\sigma}_z, -i\bar{\tau}_{xz}) e^{i\xi x} d\xi \quad (5b)$$

式中,  $\xi$  为与  $x$  相对应的积分变换系数, 且  $i = \sqrt{-1}$ 。

对式 (4) 进行 Fourier 积分变换后得

$$\frac{d^2 \bar{u}_x}{dz^2} = \frac{(\lambda + G)}{G} \xi \frac{d\bar{u}_z}{dz} - \frac{(\rho v^2 \xi^2 - \xi^2 (\lambda + 2G))}{G} \bar{u}_x \quad (6a)$$

$$\frac{d^2 \bar{u}_z}{dz^2} = -\frac{(\lambda + G)}{\lambda + 2G} \xi \frac{d\bar{u}_x}{dz} - \frac{(\rho v^2 \xi^2 - \xi^2 G)}{\lambda + 2G} \bar{u}_z \quad (6b)$$

为了简化分析, 定义中间变量如下:

$$\bar{W}(\xi, z) = [\bar{U}(\xi, z), \bar{U}'(\xi, z)]^T, \quad (7a)$$

$$\bar{U}(\xi, z) = [\bar{u}_x(\xi, z), \bar{u}_z(\xi, z)]^T, \quad (7b)$$

$$\bar{U}'(\xi, z) = \left[ \frac{d\bar{u}_x(\xi, z)}{dz}, \frac{d\bar{u}_z(\xi, z)}{dz} \right]^T, \quad (7c)$$

$$\bar{V}(\xi, z) = [\bar{\tau}_{xz}(\xi, z), \bar{\sigma}_z(\xi, z)]^T, \quad (7d)$$

式中,  $\bar{U}(\xi, z)$  和  $\bar{U}'(\xi, z)$  分别为变换域内的广义位移向量及其一阶导数,  $\bar{\sigma}_z$  为  $z$  轴方向的正应力,  $\bar{\tau}_{xz}$  为  $xz$  平面上的剪应力,  $\bar{V}(\xi, z)$  为变换域内的广义应力向量。

结合式 (6)、(7), 可得

$$\frac{d\bar{W}(\xi, z)}{dz} = A(\xi)\bar{W}(\xi, z), \quad (8)$$

式中,

$$A(\xi) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\xi^2(\lambda + 2G) - \rho v^2 \xi^2}{G} & 0 & 0 & \frac{\xi(\lambda + G)}{G} \\ 0 & \frac{\xi^2 G - \rho v^2 \xi^2}{\lambda + 2G} & -\frac{\xi(\lambda + G)}{\lambda + 2G} & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

式 (8) 的具体求解过程可参考文献[6]。为使  $\lambda_1^2$ ,  $\lambda_2^2$  都是正数,  $\rho v^2$  必须小于  $\lambda + 2G$ , 相关的讨论可参考文献[8]。由于实际工程中交通荷载的速度多低于地基的剪切波速, 故本文仅考虑荷载速度  $v$  小于  $\sqrt{(\lambda + 2G)/\rho}$  和  $\sqrt{G/\rho}$  的情形。

根据公式 (8) 和参考文献[6]中的求解方法, 可得到单个有限层中应力和位移的关系矩阵:

$$\begin{bmatrix} -\bar{V}(\xi, 0) \\ \bar{V}(\xi, z) \end{bmatrix} = K(\xi, z) \begin{bmatrix} \bar{U}(\xi, 0) \\ \bar{U}(\xi, z) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$K(\xi, z) = \begin{bmatrix} -M_1(\xi, 0) & -M_2(\xi, 0) \\ M_1(\xi, z) & M_2(\xi, z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11}(\xi, 0) & H_{12}(\xi, 0) \\ H_{11}(\xi, z) & H_{12}(\xi, z) \end{bmatrix}^{-1}. \quad (11)$$

式中,  $K(\xi, z)$  是  $4 \times 4$  阶的对称矩阵, 即单层地基的解析层元。矩阵的元素经过简化后见附录 A。

考虑地基无限远处的正则性, 则弹性半平面的应力和位移关系矩阵为

$$[-\bar{V}(\xi, z)] = K_h(\xi, z)[\bar{U}(\xi, z)], \quad (12)$$

$$K_h(\xi, z) = [-M_1(\xi, z) \quad -M_2(\xi, z)][H_{11}(\xi, z) \quad H_{12}(\xi, z)]^{+1}, \quad (13)$$

式中, 上标 +1 表示广义逆矩阵。这里,  $K_h(\xi, z)$  是下卧半空间解析层元的  $2 \times 2$  阶对称矩阵, 经简化后的矩阵元素见附录 B。

### 3 层状半平面的解析层元解

层状均质各向同性弹性体系如图 2 所示, 土层根据天然土层分布情况和荷载作用位置及所需计算点位置进行划分。第  $i$  层的层厚为  $h_i = H_i - H_{i-1}$ , 其中  $H_{i-1}$  和

$H_i$  是第  $i$  层的顶部和底部距离表面的深度;  $G_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\rho_i$  分别为第  $i$  层土的剪切模量、泊松比及密度; 另外,  $z = H_i$  深度处作用移动荷载。底面为半平面地基无限远处, 应力和位移均为零。假定均质半平面的表面自由, 则

$$\bar{\sigma}_z(\xi, 0) = 0, \quad (14a)$$

$$\bar{\tau}_{xz}(\xi, 0) = 0. \quad (14b)$$

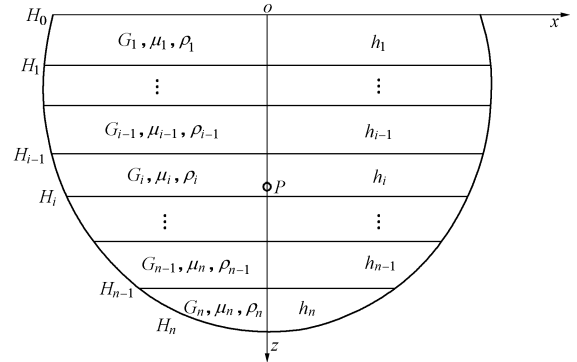


图2 均质层状半平面

Fig. 2 Isotropic multilayered half-plane

考虑层间的协调条件可得

$$\bar{u}_x(\xi, H_i^-) = \bar{u}_x(\xi, H_i^+), \quad (15a)$$

$$\bar{u}_z(\xi, H_i^-) = \bar{u}_z(\xi, H_i^+), \quad (15b)$$

$$\bar{\sigma}_z(\xi, H_i^-) = \bar{\sigma}_z(\xi, H_i^+) + \bar{p}(\xi, H_i), \quad (15c)$$

$$\tau_{xz}(x, H_i^-) = \tau_{xz}(x, H_i^+). \quad (15d)$$

式中  $\bar{u}_x(\xi, H_i^-)$  和  $\bar{u}_x(\xi, H_i^+)$  分别为深度  $z = H_i$  的  $i$  层和  $i+1$  层  $x$  方向上积分变换域内的水平位移, 其它参数类似;  $\bar{p}(\xi, H_i)$  为作用在  $z = H_i$  深度处积分变换域内的荷载, 当荷载为线性均布荷载时,  $\bar{p}(\xi, H_i) = p \sin(\xi a) / \pi \xi$ ; 当荷载为集中荷载时,  $\bar{p}(\xi, H_i) = P / 2\pi$ 。

根据解析层元的表达式 (10)、(12), 并考虑边界条件和层间协调条件, 可得层状弹性半平面的总刚度矩阵方程如下:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -\bar{F}(\xi, H_i) \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & & & \\ & K_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & K_n & K_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}(\xi, H_0) \\ \bar{U}(\xi, H_1) \\ \vdots \\ \bar{U}(\xi, H_i) \\ \vdots \\ \bar{U}(\xi, H_{n-1}) \\ \bar{U}(\xi, H_n) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中,  $K_i = K(\xi, h_i)$  和  $K_h$  分别表示第  $i$  层和下卧半平面的解析层元。  $\bar{F}(\xi, H_i) = [0, \bar{p}(\xi, H_i)]^T$  是积分变换域内的荷载向量。

Fourier 积分变换域内未知的位移向量  $[\bar{U}(\xi, H_0), \bar{U}(\xi, H_1), \dots, \bar{U}(\xi, H_i), \dots, \bar{U}(\xi, H_{n-1}), \bar{U}(\xi, H_n)]^T$  可以通过求解线性方程组式 (16) 得到。将求得的位移向量代

入式(10)、(12), 则可得每层的积分变换域内的应力向量。最后通过 Fourier 积分逆变换, 可求得物理域内对应的量。

## 4 数值计算与分析

为了验证上述理论的正确性, 将本文的计算结果与已有文献结果进行对比。为了便于分析, 定义<sup>[10]</sup>: 竖向应力  $\sigma'_z = \sigma_z/P$ , 竖向位移  $u'_z = u_z G/P$ ; 介质的剪切波速为  $C_T = \sqrt{G/\rho}$ ,  $P$  为移动集中荷载, 均布荷载荷载集度为  $p$ , 宽度为  $2a$ ,  $\rho$  是介质密度, 无量纲速度  $M_T = v/G_T$ 。为了处理被积函数中的奇异性, 本文参照文献[9]也将土体的参数添加较小的阻尼项, 即  $\hat{\lambda} = \lambda(1 + 2i\xi_s)$ ,  $\hat{G} = G(1 + 2i\xi_s)$ , 其中阻尼比  $\xi_s = 0.005$ 。

### 4.1 数值验证

使用参考文献[10, 11]的例子来验证上述理论的正确性。文献[10]中移动集中恒载作用于均质半平面的表面, 速度  $v$  为常量。计算点为地表水平方向距荷载不同距离处的点, 集中荷载  $P = 10$  kN, 介质的参数为  $G = 2.0$  MPa,  $\rho = 2.0$  g/cm<sup>3</sup>,  $\mu = 1/3$ ,  $E/G = 8/3$ ;  $E$ ,  $\mu$ ,  $G$  分别是均质各向同性弹性介质的弹性模量、泊松比及剪切模量。图3显示了随着  $M_T$  从 0 趋向于 1 时本文竖向应力和参考文献[10]的对比结果。由图3可见: 两种计算结果吻合较好, 这就验证了本文理论和计算方法的正确性, 并且也说明计算过程中土体参数添加极小阻尼对计算结果的影响可以忽略, 即本文方法适用于纯弹性体的计算。由图3还可发现, 随着荷载移动速度的提高, 竖向应力逐渐增大; 当荷载速度接近于介质的剪切波速时, 竖向应力迅速增大, 这是因为该车速易造成土体共振。

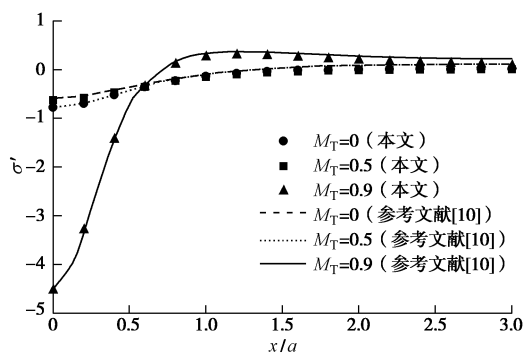


图3 本文竖向应力和参考文献[10]的对比

Fig. 3 Comparison of vertical stress with Reference [10]

文献[11]中, 介质参数与文献[10]基本一致, 但  $\mu = 0$ ,  $E/G = 2$ 。  $u'_z$  表示移动荷载中心点下地表的竖向位移,  $u'_s$  表示荷载速度为零时中心点下地表的竖向位移。图4显示了随着  $M_T$  从 0 趋向于 0.8 时本文和参考文献[11]的结果对比, 由图4可见: 两者的计算结果吻合较好, 这就进一步验证了本文理论和计算方法的正确性。由图4还可以看出, 随着荷载移动速度的提高, 竖

向位移的增加逐渐增大。

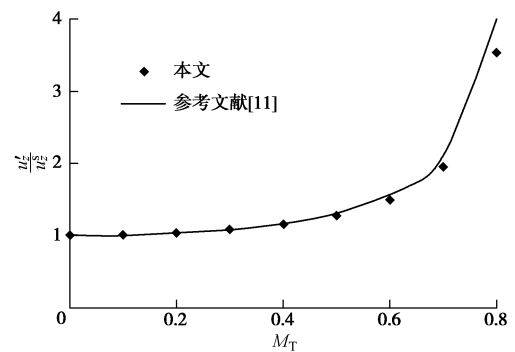


图4 本文竖向位移和参考文献[11]的对比

Fig. 4 Comparison of vertical displacement with Reference [11]

### 4.2 荷载移动速度对地基竖向位移的影响

选择一个两层地基模型来研究荷载移动速度对地基竖向位移的影响, 计算点取地表水平方向距荷载不同距离的点。移动荷载为均布荷载, 集度  $p = 10$  kN/m, 宽度  $2a = 2$  m。第一层土的厚度为  $2a$ , 第二层为半平面土层;  $\mu_1 = \mu_2 = 0.25$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 2.0$  g/cm<sup>3</sup>, 第二层土  $G_2 = 1.5$  MPa。成层土层参数取值分两种工况: 工况一,  $G_1 : G_2 = 1.2 : 1.5$ ; 工况二,  $G_1 : G_2 = 1.8 : 1.5$ 。

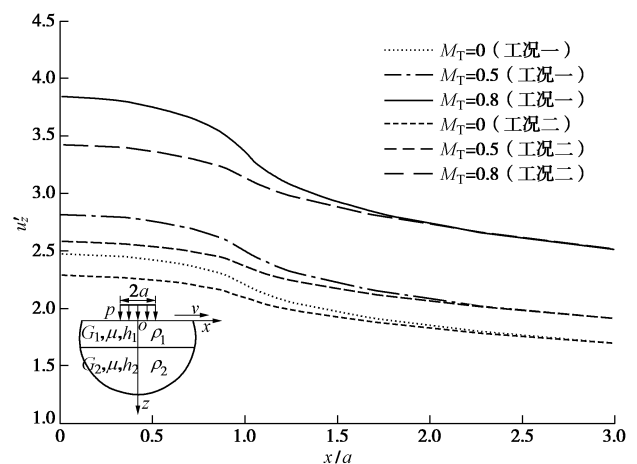


图5 移动速度对竖向位移的影响

Fig. 5 Influences of load velocity on vertical displacement

为了分析荷载速度的影响, 分别取  $M_T = 0.0$  (静止状态), 0.5, 0.8。荷载作用于地表, 图5显示了两种工况在移动均布荷载作用下竖向位移的变化。由图5可知, 随着荷载移动速度的提高, 竖向位移逐渐增大。当荷载速度接近于介质的剪切波速时, 竖向位移迅速增大, 这也是因为该车速易造成土体共振的缘故。工况一中, 竖向位移最大值在  $M_T = 0.8$  时是  $M_T = 0.0$  时的 1.6 倍左右, 工况二中这个倍数约为 1.5。这些结果表明移动荷载引起的竖向位移比静止荷载大得多, 因此考虑荷载移动速度的影响是很有必要的。此外, 由图5可知: 移动荷载作用下, 表层土弹性模量较大的成层地基 (工况二) 竖向位移较小, 这说明地基的竖向位移受表层土性质的影响较大; 随着表层土剪切模量的增大, 地基竖向位移明显减小。

### 4.3 荷载作用深度对地基竖向位移的影响

取 4.2 中的地基模型来研究荷载作用深度的影响, 同样取两种工况下的成层地基来研究。荷载移动速度  $M_T=0.5$ 。为了说明荷载作用深度的影响, 选择以下 3 种荷载作用深度:  $h/a=0.0, 1.0, 2.0$ 。图 6 为两种工况在移动均布荷载作用下地表以下  $h/a=3.0$  深度处竖向位移的变化。由图 6 可知: 移动荷载作用下竖向位移在荷载中心点下取得最大值; 随着荷载作用深度的增加, 地表以下  $h/a=3.0$  深度处竖向位移逐渐增大。图 6 还表明: 工况二的成层地基竖向位移较工况一小, 这再次说明地基的竖向位移主要受表层土性质的影响。

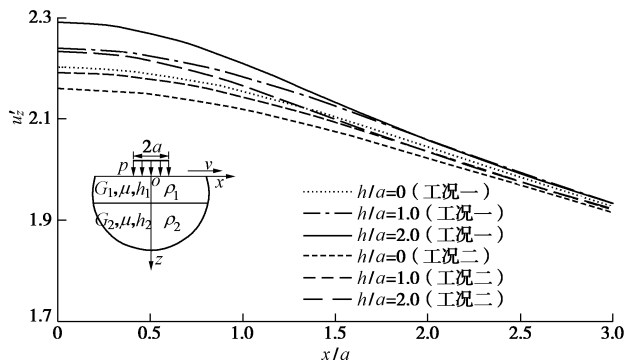


图 6 荷载作用深度对竖向位移的影响

Fig. 6 Influences of load depth on vertical displacement

### 4.4 地基加固土层厚度对竖向位移的影响

仍取 4.2 中的地基来研究加固土层厚度的影响,  $M_T=0.5$ , 土层参数为  $G_1:G_2=1.8:1.5$ , 其余参数与 4.2 节相同。计算时选取以下 6 种加固土层厚度工况:  $h/a=0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 0.0$  (即不加固)。图 7 显示了 6 种不同工况下地表水平方向距荷载不同距离处竖向位移的变化。由图 7 可知: 移动荷载作用下, 对地基表层土进行加固, 能够显著减小地基土的竖向位移; 但随着加固土层厚度的增加, 地基竖向位移的减少量逐渐降低; 当加固土层厚度达到  $3a$  (1.5 倍荷载宽度)

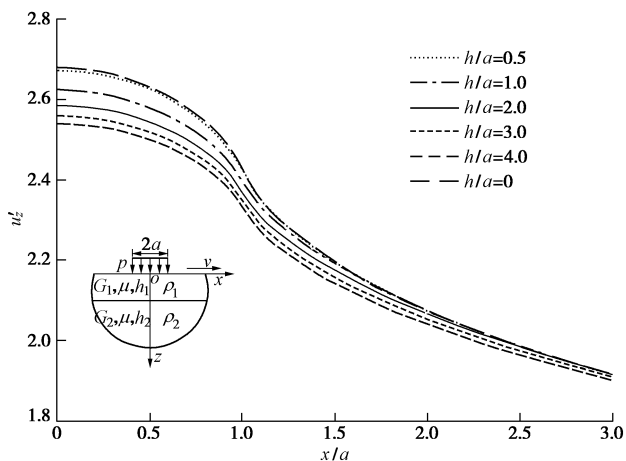


图 7 加固土层厚度对竖向位移的影响

Fig. 7 Influences of thickness of reinforced soil on vertical displacement

时, 地基加固的效果不再显著。因此实际工程中考虑到经济效益等问题, 加固土层的厚度也不是越大越好。

可以看到, 图 5, 7 中曲线存在拐点, 而图 6 中不存在。这是因为图 5, 7 中的算例所取的位移计算点与荷载作用深度相同, 均在地表, 距离荷载较近, 因此位移易产生突变; 而图 6 中的算例计算点在  $3a$  深度处, 与荷载不在同一深度, 距离较远, 故不存在拐点。

### 4.5 地基加固效果对竖向位移的影响

同样选择 4.2 节中的两层地基模型来研究地基不同加固效果对地表沉降的影响。荷载移动速度  $M_T=0.5$ , 作用于地表。第一层土层 (加固层) 厚度取  $h=3a$ , 第二层土  $G_2=0.8$  MPa。成层土层参数取值分 6 种工况: 工况一:  $G_1:G_2=1:1$  (未加固), 工况二:  $G_1:G_2=2:1$ , 工况三:  $G_1:G_2=4:1$ , 工况四:  $G_1:G_2=8:1$ , 工况五:  $G_1:G_2=16:1$ , 工况六:  $G_1:G_2=32:1$ 。其余参数取值同 4.2 节。

图 8 显示了 6 种不同工况下水平方向距荷载中心点不同距离处地表沉降的变化。由图 8 可知, 与不加固地基 (工况一) 相比较, 地基加固能显著减小地表沉降, 但是, 随着加固效果的增加, 地表沉降的减小量逐渐降低, 竖向位移曲线趋于平坦。

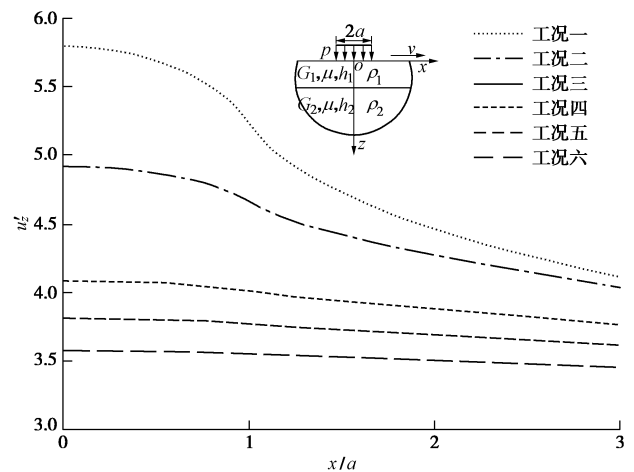


图 8 地基加固效果对竖向位移的影响

Fig. 8 Influences of reinforced effect on vertical displacement

## 5 结 论

本文运用解析层元法求解了移动荷载作用下成层半平面地基的动力响应问题, 通过算例验证了本文理论和计算方法的正确性, 并分析了荷载移动速度、荷载作用深度、成层性及加固土层厚度与加固效果对地基动力响应的影响, 得到以下 5 点结论。

(1) 随着荷载移动速度的提高, 地基的竖向位移和竖向应力不断增大。当速度较小时, 增大较为缓慢, 当速度接近土体的剪切波速时, 竖向位移和竖向应力均迅速增加。

(2) 移动荷载的作用深度对地基的动力响应会产

生一定的影响。随着荷载作用深度的增加,地表以下  $h/a = 3.0$  深度处的竖向位移逐渐增大。

(3) 移动荷载作用下地基的成层性对土体的竖向位移有较大的影响,且主要受地基表层土体性质的影响。随着表层土体剪切模量的增加,地基的竖向位移逐渐减小。

(4) 地基表层土体的加固对减小地基沉降有显著效果;但当加固土层厚度达到  $3a$  (1.5 倍荷载宽度) 时,地基加固的效果不再显著;随着地基加固效果的增加,地表沉降的减小逐渐降低,竖向位移曲线趋于平坦。因此,实际工程中地基加固深度不是越大越好,应综合考虑。

(5) 解析层元法求解成层半平面地基的移动荷载问题,具有较高的计算效率和较好的数值稳定性,因此,将来可进一步将该方法推广至三维成层地基及饱和地基的动力分析中去。

#### 参考文献:

- [1] SNEDDON I N. The stress produced by a pulse of pressure moving along the surface of a semi-infinite solid[J]. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1952, 1(1): 57 - 62.
- [2] 曹彩芹, 黄义, 高超. 移动荷载下单相弹性地基三维稳态响应[J]. 计算力学学报, 2012, 29(6): 972 - 977. (CAO Cai-qin, HUANG Yi, GAO Chao, Three-dimensional steady-state responses of single-phase elastic foundation by moving loads[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2012, 29(6): 972 - 977. (in Chinese))
- [3] 蒋建群, 周华飞, 张土乔. 弹性半空间体在移动集中荷载作用下的稳态响应[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 440 - 444. (JIANG Jian-qun, ZHOU Hua-fei, ZHANG Tu-qiao. Steady-state response of an elastic half-space under a moving point load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(4): 440 - 444. (in Chinese))
- [4] HUNG H H, YANG Y B. Elastic waves in visco-elastic half-space generated by various vehicle loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 21(1): 1 - 17.
- [5] 边学成, 陈云敏. 列车移动荷载作用下分层地基响应特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 182 - 189. (BIAN Xue-cheng, CHEN Yun-min. Characteristics of layered ground responses under train moving loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 182 - 189. (in Chinese))
- [6] AI Z Y, ZHANG Y F. Plane strain dynamic response of a transversely isotropic multilayered half-plane[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 75: 211 - 219.
- [7] SNEDDON I N. The use of integral transforms[M]. New York:

McGraw-Hill, 1972.

- [8] MUKHOPADHYAY A. Stresses produced by a normal load moving over a transversely isotropic layer of ice lying on a rigid foundation[J]. Pure and Applied Geophysics, 1965, 60(1): 29 - 41.
- [9] APSEL R J, LUCO J E. On the Green's functions for a layered half space, Part II[J]. The Bulletin of the Seismological Society of America, 1983, 73(4): 931 - 951.
- [10] COLE J D, HUTH J H. Stress produced in a half-plane by moving surface load[J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1958, 25: 669 - 704.
- [11] VERRUIJT A. An introduction to soil dynamics[M]. Netherlands: Springer, 2010.

#### 附录 A

$K$  的元素 (  $4 \times 4$  阶对称矩阵):

$$\begin{aligned} k_{11} &= A_1 G (A_3 A_4 A_8 \lambda_1 + A_2 A_5 A_7 \lambda_2) (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) / B, \\ k_{12} &= \xi G ((A_3 A_5 - A_6) A_{12} \lambda_1 \lambda_2 - A_2 A_4 (A_{11} - 2 A_{10} \lambda_1^2 \lambda_2^2)) / B, \\ k_{13} &= 2 A_1 G (\lambda_2^2 - \lambda_1^2) (e^{-z \lambda_2} A_2 A_7 \lambda_2 + e^{-z \lambda_1} A_4 A_1 A_8) / B, \\ k_{14} &= 2 \xi A_1 (e^{-z \lambda_1} A_5 - e^{-z \lambda_2} A_3) G (c_2 + G) \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) / B, \\ k_{21} &= \xi G ((A_3 A_5 - A_6) A_{12} \lambda_1 \lambda_2 - A_2 A_4 (A_{11} - 2 A_{10} \lambda_1^2 \lambda_2^2)) / B, \\ k_{22} &= c_1 G \lambda_1 \lambda_2 (A_2 A_5 A_8 \lambda_1 + A_3 A_4 A_7 \lambda_2) (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) / B, \\ k_{23} &= -2 \xi A_1 (e^{-z \lambda_1} A_5 - e^{-z \lambda_2} A_3) G (c_2 + G) \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) / B, \\ k_{24} &= -2 c_1 G \lambda_1 \lambda_2 (e^{-z \lambda_2} A_2 A_8 \lambda_1 + e^{-z \lambda_1} A_4 A_7 \lambda_2) (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) / B, \\ k_{31} &= k_{13}, \quad k_{32} = k_{23}, \quad k_{33} = k_{11}, \quad k_{34} = -k_{12}, \\ k_{41} &= k_{14}, \quad k_{42} = k_{24}, \quad k_{43} = k_{34}, \quad k_{44} = k_{22}, \end{aligned}$$

其中,  $\lambda_1 = \sqrt{-(a_1 + \sqrt{a_1^2 - a_2}) / (2G(\lambda + 2G))}$ ,

$\lambda_2 = \sqrt{-(a_1 - \sqrt{a_1^2 - a_2}) / (2G(\lambda + 2G))}$ ,

$$\begin{aligned} A_1 &= \rho v^2 \xi^2 - \xi^2 (\lambda + 2G), \quad A_2 = e^{-2z \lambda_1} - 1, \\ A_3 &= e^{-2z \lambda_1} + 1, \quad A_4 = 1 - e^{-2z \lambda_2}, \quad A_5 = e^{-2z \lambda_2} + 1, \\ A_6 &= 4e^{-z(\lambda_1 + \lambda_2)}, \quad A_7 = A_1 + G \lambda_1^2, \quad A_8 = A_1 + G \lambda_2^2, \\ A_9 &= (A_7 + G \lambda_1^2) \lambda_2^2 + \lambda_1^2 (A_8 + G \lambda_2^2), \quad A_{10} = A_1 (\lambda - G), \\ A_{11} &= (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) (A_1^2 - \lambda G \lambda_1^2 \lambda_2^2), \quad A_{12} = -2 A_1^2 + 2 \lambda G \lambda_1^2 \lambda_2^2 + A_{10} (\lambda_1^2 + \lambda_2^2), \\ B &= -2 (A_3 A_5 - A_6) A_7 A_8 \lambda_1 \lambda_2 - A_2 A_4 (G^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) + A_1 A_9). \end{aligned}$$

#### 附录 B

$K_h$  的元素 (  $2 \times 2$  阶对称矩阵):

$$\begin{aligned} k_{11} &= A G (\lambda_1 + \lambda_2) / B, \quad k_{12} = k_{21} = \xi G (A + \lambda \lambda_1 \lambda_2) / B, \\ k_{22} &= -\lambda_1 \lambda_2 G (\lambda + 2G) (\lambda_1 + \lambda_2) / B, \end{aligned}$$

其中,  $\lambda_1 = \sqrt{-(a_1 + \sqrt{a_1^2 - a_2}) / (2G(\lambda + 2G))}$ ,

$\lambda_2 = \sqrt{-(a_1 - \sqrt{a_1^2 - a_2}) / (2G(\lambda + 2G))}$ ,

$$A = \rho v^2 \xi^2 - \xi^2 (\lambda + 2G); \quad B = A - G \lambda_1 \lambda_2.$$