DOI：10.11779/CJGE2016S2051

均匀颗粒间接触冲刷的颗粒流数值模拟

常利营[1]，陈 群[*2]，叶发明[1]

（1. 中国电建集团成都勘测设计研究院有限公司，四川 成都 610072；2. 四川大学水利水电学院水力学与山区河流保护国家重点试验室，四川 成都 610065）

摘 要：成层土在渗流作用下容易发生接触冲刷，细土层中的颗粒从粗土层孔隙中被水流带走，接触冲刷的持续发展会对水工建筑物产生严重的后果。为了从细观角度研究接触冲刷的发生机理，对五组由均匀颗粒组成的土层间的接触冲刷现象进行了颗粒流数值模拟。数值模拟结果表明，当细粒层的有效直径与粗粒层的有效孔隙直径之比大于0.50时，两土层间不会发生接触冲刷。当两土层发生接触冲刷时，接触面处的细颗粒会被水流带起从粗颗粒孔隙中冲出，随着细颗粒流失量的增加，上层粗颗粒逐渐下沉，渗透流速逐渐增加。

关键词：接触冲刷；均匀颗粒；颗粒流；细观机理

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2016)S2－0312－06

作者简介：常利营(1986－)，女，博士，主要从事土体渗流稳定及变形分析研究。E-mail: togive@126.com。

Particle flow simulation for contact erosion between uniform particles

CHANG Li-ying[1], CHEN Qun[2], YE Fa-ming[1]

(1. Power China, Chengdu Engineering Corporation Limited, Chengdu 610072, China; 2. State Key Lab. of Hydraulics and Mountain River Eng, College of Water Resource and Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: Contact erosion easily occurs at the interface between two soil layers subjected to a groundwater flow. Particles of the fine soils are eroded by the flow and transported through the pores of the coarse layer, which may lead to failure of a hydraulic structure. To investigate the meso-mechanism of contact erosion, different layers consisting of uniform particles subjected to a flow parallel to the interface are simulated using the particle flow code. The results show that when the ratio of the effective diameter of the fine layer to the effective pore diameter of the coarse layer is larger than 0.50, the contact erosion does not occur. When the contact erosion happens between layers, the fine particles at the interface will move and be transported by the flows. With the increase in the loss quantity of the fine particles, the coarse particles will sink and the flow velocity will increase.

Key words: contact erosion; uniform particle; particle flow code; meso-mechanism

0 引 言

现有地勘资料统计表明，长江中下游及珠江的北江大堤 80%以上的地基是双层和三层结构[1]，而在成层土中容易发生接触冲刷破坏。接触冲刷的本质是细土层中的颗粒从粗土层孔隙中流失，接触冲刷的持续发展会对水工建筑物产生严重的后果[2]。

对于不同土体之间发生的接触冲刷现象，一般都是通过物理试验进行模拟和研究[3-8]，近些年来，有学者[9-10]借助一些特殊的仪器设备，在孔隙尺度上对接触冲刷现象进行了试验模拟，从微观角度详细描述了试验过程中的一些物理现象。相比于物理试验，颗粒流方法提供了一种从微细观尺度研究渗流破坏发生机理的更加便利的手段，已有研究者在这一方面取得了一定的成果。Sari 等[11]基于 Sherard 等[12]反滤准则，采用 Yade-DEM 程序模拟了在重力和水流作用下细颗粒在粗颗粒孔隙中的移动过程，数值模拟结果与试验结果基本一致。邹玉华等[13]通过颗粒流细观数值模拟，研究了反滤料和砾石土防渗料联合抗渗的细观机理，并与室内试验进行对比分析，验证了颗粒流计算结果的合理可靠性。Shamy 等[14-16]利用三维颗粒流程序模拟了土体表面侵蚀现象，以及在水头快速增加情况下，由于管涌而导致河流堤坝发生较大位移和沉降变形的现象。黄青富等[17]采用颗粒流程序研究了土体反滤系统随着时间的演化过程。

基金项目：教育部博士点基金（博导类）项目（20100181110076）

收稿日期：2016－05－19

*通讯作者（E-mail: cq_fq@sina.com）

上述研究均表明利用颗粒流进行土体渗流现象的模拟是可行的，特别是对水流作用下细颗粒在粗颗粒孔隙中移动情况的模拟，颗粒流具有明显的优势，因此，本文采用三维颗粒流程序来模拟不同土体之间的接触冲刷现象，通过与物理试验和已有研究成果的对比，从细观角度来分析接触冲刷的发生和发展过程。

1　颗粒流程序计算原理

1.1　液相流动方程

在固液两相体系中，液体的体积变形量相对于固体颗粒间孔隙体积的变形量可以忽略不计，因此在颗粒流程序中将颗粒孔隙中的流体视作不可压缩流体，液体的密度视为常数。流体的运动可用连续性方程和平均的 Navier-Stokes 方程来描述[18]：

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\nabla\cdot(n\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}) \quad , \tag{1}$$

$$\frac{\partial(n\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}})}{\partial t}=-(\nabla\cdot(n\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}))\cdot\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}-\frac{n}{\rho_{\mathrm{f}}}\nabla\boldsymbol{p}-\frac{n}{\rho_{\mathrm{f}}}\nabla\boldsymbol{\tau}+n\boldsymbol{g}+\frac{\boldsymbol{f}_{\mathrm{int}}}{\rho_{\mathrm{f}}} , \tag{2}$$

式中，ρ_{f} 为流体的密度，n 为孔隙率，$\nabla\boldsymbol{p}$ 为压力梯度，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}$ 为流体的速度矢量，$\boldsymbol{\tau}$ 为黏滞应力张量，$\boldsymbol{g}$ 为重力加速度矢量，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{int}}$ 为单位体积内固液之间的相互作用力矢量。

1.2　固相运动方程

考虑流体作用时，颗粒在外应力场、颗粒之间相互作用以及流体对颗粒的作用下运动，此时颗粒的运动方程[19]为

$$m_{\mathrm{p}}\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{p}}=m_{\mathrm{p}}\boldsymbol{g}+\sum_{\mathrm{c}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}+\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}} \quad , \tag{3}$$

$$I_{\mathrm{p}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{p}}=\sum_{\mathrm{c}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}\times\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}} \quad , \tag{4}$$

式中，m_{p} 为颗粒的质量，$\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{p}}$ 为颗粒的平动加速度矢量，$\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{p}}$ 为颗粒的转动加速度矢量，I_{p} 为颗粒的转动惯量，$\boldsymbol{r}_{\mathrm{c}}$ 为接触点 c (c = 1，2，3，…)处指向颗粒中心的方向矢量，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{c}}$ 为接触点 c 处颗粒之间的接触力，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}}$ 为流体施加于颗粒 p 的拖曳力，包括浮力与固液之间的相互作用力。$\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}}$ 可以由下式计算：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{d}}=-\left(\nabla\boldsymbol{p}+\frac{\boldsymbol{f}_{\mathrm{int}}}{1-n}\right)V_{\mathrm{p}} \quad , \tag{5}$$

式中，V_{p} 为颗粒的体积。

1.3　流固耦合方程

单位体积内颗粒与流体之间的相互作用力矢量可以用下式表示：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{int}}\equiv\beta_{\mathrm{int}}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{p}}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}) \quad , \tag{6}$$

式中，β_{int} [20]为流体与颗粒之间的摩擦系数，可由下式计算：

$$\beta_{\mathrm{int}}=150\frac{(1-n)^2}{n\overline{d_{\mathrm{p}}}^2}\mu+1.75\frac{(1-n)}{\overline{d_{\mathrm{p}}}}\left|\boldsymbol{v}_{\mathrm{p}}-\boldsymbol{v}_{\mathrm{f}}\right| \quad (n<0.8), \tag{7}$$

式中，μ 为液体的动力黏滞系数，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{p}}$ 为颗粒的平均速度矢量，$\overline{d_{\mathrm{p}}}$ 为颗粒的平均直径。上式具有一定的理论分析基础，且各向系数的物理意义比较明确，具有一定的普适性。目前，已有学者对该方程中的系数提出了一定的改进，由于颗粒流程序的源代码没有公开，暂时无法对计算程序进行更改。

在颗粒流程序中，流体区域被划分为若干个流体单元，采用基于 SIMPLE（求解压力耦合方程的半隐式算法）结构的 CFD（计算流体动力学）计算技术来求解液相流动方程。在求解过程中，流体对颗粒体的作用力以外部体力的方式施加于球体颗粒，通过不断调整颗粒和流体之间的相互作用力，从而达到稳定的渗流场；程序通过求解固相运动方程来模拟颗粒在重力和流体作用力下的运动过程。

2　接触冲刷数值模型

本文参照文献[6]中的接触冲刷试验装置，设计了接触冲刷数值计算模型，如图 1 所示，上层为粗粒层，下层为细粒层。本文设计了 5 组均匀颗粒的接触冲刷试验，如表 1 表示，表中 D 代表粗粒层颗粒的直径，d 代表细粒层颗粒的直径，D_0 代表粗粒层的有效孔隙直径。5V1、6V1 样和 7V1 试样中粗粒层颗粒半径分别为 0.5，0.6，0.7 mm，细粒层颗粒半径都为 0.1 mm；5 组试样细层的孔隙率都为 0.4，粗层的孔隙率如表 1 所示；右侧粗粒层渗流出口处网格墙的间隔为 0.5 mm。5V1 模型的大小为长 6 mm、宽 4 mm、高 6 mm；6V1 模型和 7V1 模型的大小都为长 7 mm、宽 5 mm、高 7 mm。3 个模型中细粒层高度都为 2 mm。数值模型中的细观参数见表 2 所示，固体颗粒密度与实际砂土颗粒的密度接近，其余计算参数参考文献[15]和[17]。

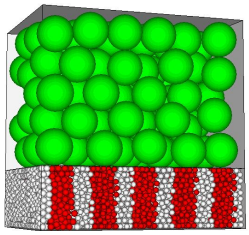


图 1　均匀颗粒接触冲刷模型(6V1-1)

Fig. 1 Numerical model for contact erosion (6V1-1)

表 1　接触冲刷数值试样的几何条件

Table 1 Geometrical properties of numerical samples

数值试样编号	粗层孔隙率 n	D_0/D	d/D_0
5V1-1	0.40	0.323	0.619
6V1-1	0.40	0.323	0.516
6V1-2	0.45	0.383	0.435
7V1-1	0.35	0.264	0.541
7V1-2	0.40	0.323	0.442

表 2 接触冲刷数值模型计算参数

Table 2 Parameters used in simulation for contact erosion

计算参数	球体	墙体	流体
密度/(kg·m^{-3})	2700	—	1000
法向刚度 k_n/(N·m^{-1})	1.0×10^5	1.0×10^5	—
切向刚度 k_s/(N·m^{-1})	1.0×10^5	1.0×10^5	—
摩擦系数	0.5	0.5	—
黏滞系数/(Pa·s^{-1})	—	—	1.0×10^{-3}

本文采用的流体加载方式如图 2 所示，在长度方向上流体区域要大于固体区域，在流体区域的左上端施加给定的进口水压力，在流体区域的右上端施加零出口水压力，在水压力的作用下，水流通过固体颗粒的孔隙流动。为防止水流在固体区域进出口处对颗粒的侵蚀，Guidoux 等[6]在接触冲刷试验装置中试样室的水流进出口处细粒层的表面上各放置了一片无纺土工布，因此在数值模型中本文同样设置了两个有类似作用的短墙，短墙沿水流方向的长度为 1 mm，如图 2 所示。Stéphane 指出接触冲刷的临界流速一般介于 1 cm/s～10 cm/s 之间[21]，因此给定的水压力设置为 1.0，3.5，7.5 kPa，在这三级压力下数值试样的平均流速都大于 1 cm/s，以此来研究均匀颗粒发生接触冲刷破坏的几何条件，压力施加的时间至少为 1 s，如果渗流时间达到 1 s 时，仍有细颗粒从粗颗粒孔隙中被带走，则延长计算时间直至试样破坏，或不再有细颗粒流失则增加下一级压力。

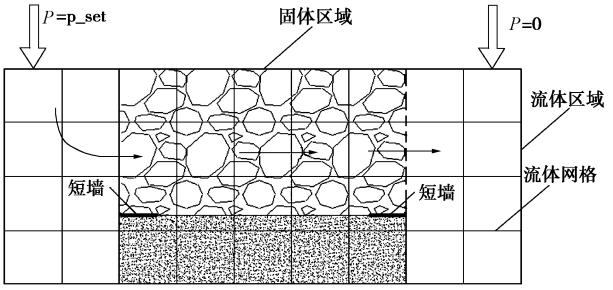


图 2 接触冲刷数值模拟加载方式示意图

Fig. 2 Boundary conditions of fluid used in simulation

在数值模拟过程中，如果细颗粒通过粗颗粒被水流带出固体区域外则会被程序自动删除，渗流过程中会记录删除颗粒的总体积随渗流时间的变化情况，这些被删除的颗粒称为细粒层的流失量，将细粒层的流失比 R_{lo} 定义为流失的细颗粒的总体积占渗流开始前细粒层颗粒总体积的百分比：

$$R_{lo}=\frac{\sum_{i=1}^{i=N_{del}} r_i^3}{\sum_{k=1}^{k=N_0} r_k^3} 。 \tag{8}$$

式中，N_0 为渗流开始前试样中细颗粒的总数量，r_k 为相应细颗粒的半径；N_{del} 为渗流开始后某一时刻从粗颗粒孔隙中流出的细颗粒的总数量，r_i 为相应细颗粒的半径。

细颗粒的流失速率 ε_{er} 定义为单位时间内在单位接触面上流失的细颗粒的总质量：

$$\varepsilon_{er}=\frac{\rho_s\times\frac{4\pi}{3}\sum_{j=1}^{j=N_t} r_j^3}{\Delta t\times S_c} , \tag{9}$$

式中，ρ_s 为细颗粒的颗粒密度，N_t 为在时间间隔 Δt 内细颗粒流失的总数量，r_j 为相应细颗粒的半径，S_c 为粗细层接触面的面积，在计算中假定接触面不发生变化。

3 数值模拟结果

3.1 渗透流速随时间的变化

图 3 为五组数值试样的渗透流速 u 随着渗流时间 t 的变化曲线。5V1-1、6V1-1、7V1-1 试样在各级压力作用下的渗透流速都基本保持不变；7V1-2 试样在前两级压力作用下渗透流速也基本保持不变，但是第三级压力作用下渗透流速持续增大，在第三级压力作用了 0.6 s 后，渗透流速就增大了约 27%；6V1-2 在第一级压力作用下，渗透流速在 1.3 s 之前有微小下降趋势，在 1.3 s 之后开始缓慢上升，在模拟结束时渗透流速相比于渗流开始时增大了约 1%。

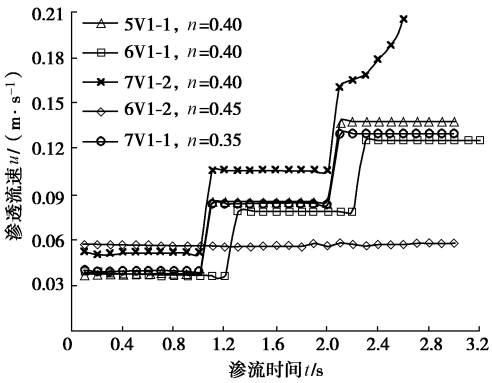


图 3 数值试样接触冲刷的 $u-t$ 曲线

Fig. 3 Change in the average flow velocities of numerical samples with time

3.2 细颗粒的流失量随时间的变化

图 4 为 5 组数值试样中细颗粒的流失量随着渗流时间的变化曲线。数值试样 5V1-1、6V1-1、7V1-1 在渗流开始后一段时间内有细颗粒流失，此后随着水压力和渗流时间的增加，不再有细颗粒被水流带出；7V1-2 试样在第一级压力作用下，前 0.5 s 内有约 1.8% 的细颗粒流失，然后流失量基本不再变化，当压力增

大到 3500 Pa 后仍没有细颗粒被带出，当压力继续增大到 7500 Pa 后，细颗粒流失量持续增大，在 2.6 s 时，流失比已经超过 17.8%，且颗粒流失没有停止的趋势；在第一级压力作用下，6V1-2 试样中持续有细颗粒流失，且流失的速率没有减小，当渗透时间持续到 3.0 s 时，细粒层的流失量达到了约 11%。

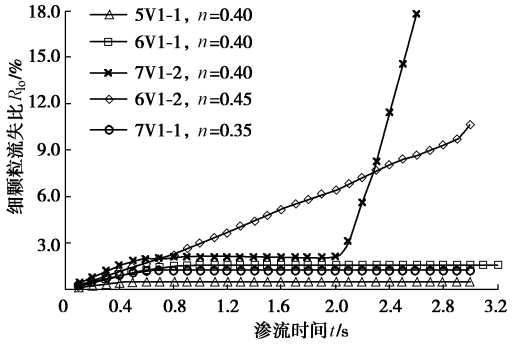


图 4 细颗粒的流失量随时间的变化曲线

Fig. 4 Change in erosion ratio of fine particles with time

5 组数值试样中细颗粒的流失速率随着时间的变化如图 5 所示。Guidoux 等[6]进行接触冲刷试验的典型试验结果如图 6 所示，图中灰色曲线代表渗透流速随时间的变化，黑色曲线代表出口水流的浑浊程度随时间的变化曲线，随水流冲出的颗粒越多，出口水流越浑浊，浊度计测量度数就越大，因此水流的浑浊程度即反映了试样中细颗粒的流失速率的大小，从图 6 中可以看出，在流速较小时，细颗粒的流失速率在增加水头时会急剧增加，然后呈指数衰减至零。数值试样 5V1-1、6V1-1、7V1-1、7V1-2 在第一级压力下颗粒的流失速率也是先增大到最大值，然后逐渐衰减为零，与试验结果吻合；Guidoux 的试验中每级流速施加的时间为 30 min，在 30 min 内如果流失速率没有衰减为零，则判断试样发生接触冲刷，此时流速即为临界流速，因此在本文数值模拟中接触冲刷的判断标准定义为：在给定的压力作用下，如果试样中细颗粒的流失速率随着渗流时间的延长没有减小，且渗透流速逐渐增加，则判断数值试样发生接触冲刷破坏。根据细粒流失量和渗透流速随着时间的变化，可以判断 6V1-2 和 7V1-2 试样发生了接触冲刷破坏，而 5V1-1、6V1-1、7V1-1 三组试样的结构是稳定的，不会发生接触冲刷破坏。

3.3　数值试样颗粒移动过程

5 组数值试样在试验结束时颗粒的分布情况见图 7 所示。模拟结果表明，数值试样 6V1-2 在渗流作用下，上层粗颗粒的孔隙结构能允许细颗粒持续通过；数值试样 7V1-2 在前两级流速下，粗细两层的接触面处形成了硬化面[10]，即细颗粒被水流带起后困在粗颗粒的孔隙中，反而提高了接触面的抗冲刷能力，阻止了接触冲刷的进一步发生，当流速继续增加时，在渗流力的作用下细颗粒挤开粗颗粒继续向前移动，随着细颗粒的不断流失，粗颗粒也逐渐下沉，整个试样的渗透流速逐渐增加；其余 3 组试样也在接触面处形成了硬化面，阻止了冲刷的持续发展。

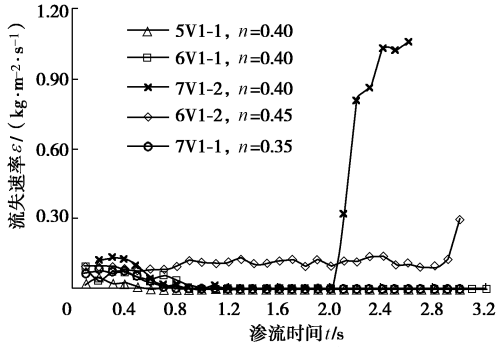


图 5 细颗粒的流失速率随时间的变化曲线

Fig. 5 Change in erosion velocity of fine particles with time

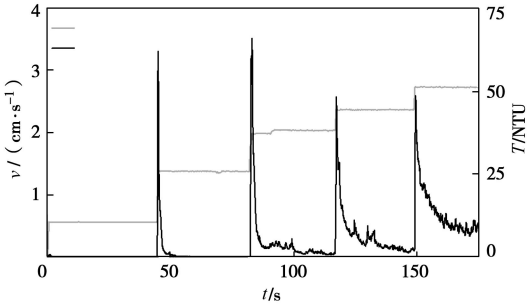
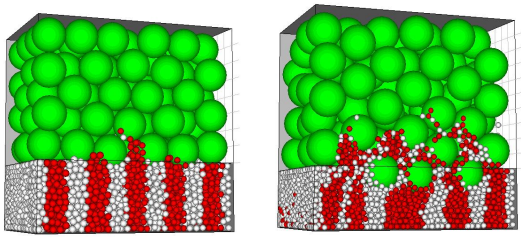


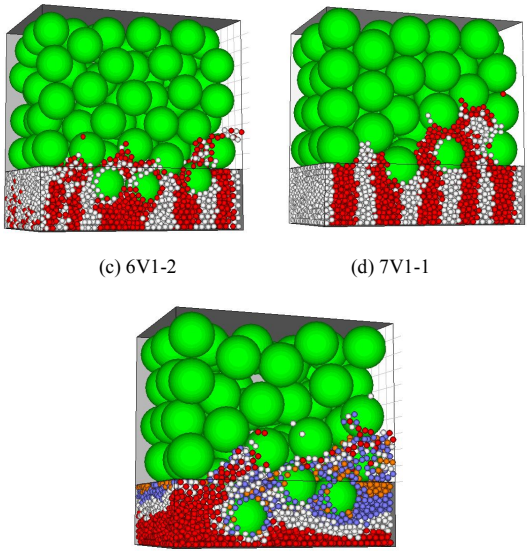
图 6 接触冲刷室内试验典型试验结果[6]

Fig. 6 A typical plot of turbidity and velocity versus time[6]

从图 7 中还可以看出，在水流的作用下，被冲蚀的细颗粒会侵入到上层细颗粒的孔隙中，随着细颗粒的流失，上层粗颗粒会有一定程度的下沉。在接触冲刷过程中，上层粗颗粒的下沉深度和下层细颗粒被水流带起侵入上层孔隙中的高度随着时间的变化分别如图 8 和图 9 所示。数值试样 5V1-1 中粗颗粒在整个渗流过程中都没有下沉，接触面也基本没有发生变化；数值试样 6V1-1 和 7V1-1 中粗颗粒在渗流开始一段时间内缓慢下沉，当细颗粒的流失量逐渐为零时，粗颗粒停止下沉；数值试样 6V1-2 中粗颗粒在整个渗流过程中都持续下沉；数值试样 7V1-2 中在第三级压力下，随着细粒流失量的增加，粗颗粒下沉明显，可见上层粗颗粒的下沉与下层细颗粒的流失密切相关。



(a) 5V1-1　　(b) 6V1-1



(c) 6V1-2 (d) 7V1-1

(e) 7V1-2

图 7 数值试样接触冲刷结果图

Fig. 7 Particle distributions of numerical samples at the end of simulation

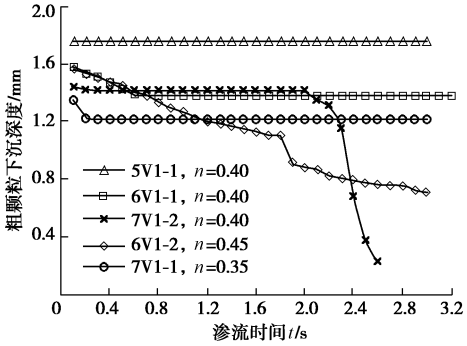


图 8 接触冲刷过程中粗颗粒下沉深度随时间的变化曲线

Fig. 8 Evolution of maximum sinking depths of coarse particles in upper layer

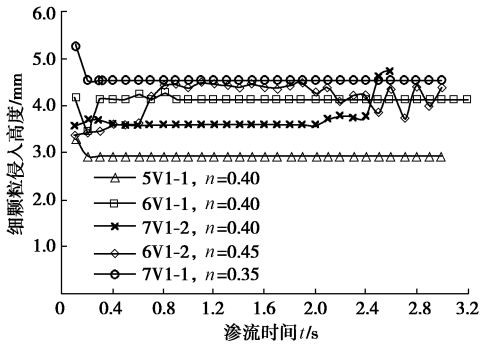


图 9 接触冲刷过程中细颗粒侵入高度随时间的变化曲线

Fig. 9 Evolution of maximum intruding heights of fine particles in base layer

数值试样 5V1-1 中，随着水流将试样生成过程中侵入到上层粗颗粒中的细颗粒带走后，细颗粒的流失量不再变化，因此细颗粒侵入高度也基本没有变化；数值试样 6V1-1 和 7V1-1 中随着细颗粒流失量的持续减小，细颗粒的侵入高度在开始的波动之后逐渐保持不变；数值试样 6V1-2 中，细颗粒侵入高度一直上下波动，这是因为细颗粒在渗流力作用下先被水流冲起，如果没有及时被水流带出粗颗粒外，则又会在重力作用下沉降，当流速超过沉降速度时，颗粒又被水流带走，如此不断循环[22]，随着粗颗粒的下沉和细颗粒的流失，两层的接触面是在不断发生变化的；数值试样 7V1-2 中，细颗粒侵入高度的变化与其流速速率的变化基本一致，当流失速率为零时，侵入高度保持不变，当流失速率增加时，越来越多的细颗粒被冲起，侵入到粗颗粒中的高度也不断增加。

3.4 接触冲刷判别准则

对于均匀颗粒 D，在最紧密状态排列时孔隙率为 $n = 0.259$，有效孔隙直径 $D_0 = 0.155\,D$，在最松散状态排列时孔隙率为 $n = 0.476$，有效孔隙直径 $D_0 = 0.414\,D$[23]。本文数值模拟中试样的孔隙率 $n = 0.40$，根据相对密度，可得五组数值试样中粗粒层的有效孔隙直径与颗粒直径的关系如表 1 中所示。根据本文结果，6V1-2 和 7V1-2 试样发生了接触冲刷破坏，其余 3 组试样的结构是安全的，结合表 1 中 5 组试样的几何条件，可以总结出当 $d > 0.50\,D_0$ 时，粗细土层间基本不会发生接触冲刷破坏。在实际工程中，接触冲刷的判别准则为 $D_{20}/d_{10} < 10$[23]，d_{10} 为细土层的有效粒径，D_{20} 为粗土层的有效粒径，粗土层的有效孔隙直径 $D_0 \approx 0.2\,D_{20}$，判别准则又可以表示为：$D_{20}/d_{10} = (D_0/0.2)/d_{10} < 10$，即 $d_{10} > 0.5\,D_0$，由此可以看出两个准则基本一致。

4 结论与建议

本文通过三维颗粒流程序，对 3 组均匀颗粒组成的数值试样进行了接触冲刷数值模拟，得出了以下结论：

（1）当细粒层的有效直径与粗粒层的有效孔隙直径之比大于 0.50 时，两土层间不会发生接触冲刷。

（2）当两土层发生接触冲刷时，接触面处的细颗粒会被水流带起从粗颗粒孔隙中冲出，随着细颗粒流失量的增加，上层粗颗粒逐渐下沉，渗透流速逐渐增加。

参考文献：

[1] 刘 杰, 谢定松, 崔亦昊. 江河大堤双层地基渗透破坏机理模型试验研究[J]. 水利学报, 2008, **39**(11): 1211－1220. (LIU Jie, XIE Ding-song, CUI Yi-hao. Failure mechanism of seepage in levees with double-layer foundation[J]. Journal of

Hydraulic Engineering, 2008, **39**(11): 1211 – 1220. (in Chinese))

[2] STÉPHANE B. Erosion in geomechanics applied to dams and levees[M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 2013.

[3] ИСТОМИНА В С. фалвтрадионная устойчивость грунтов[M]. Госстройиэдат, 1957. (ISTOMINA B C. Soil seepage stability[M]. Moscow, 1957.)

[4] BRAUNS J. Erosionsverhalten geschichteten bodens bei horizontaler durchstromung[J]. Wasserwirtschaft, 1985, **75**: 448 – 453.

[5] BEZUIJEN A, KLEIN-BRETELLER M, BAKKER K J. Design criteria for placed block revetments and granular filters[C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Coastal & Port Engineering in Developing Countries. Beijing, 1987.

[6] GUIDOUX C, FAURE Y H, BEGUIN R, et al. Contact erosion at the interface between granular filter and various base soils with tangential flow[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(5): 741 – 750.

[7] WÖRMAN A, OLAFSDOTTIR R. Erosion in a granular medium interface[J]. Journal of Hydraulic Research,1992, **30**(5): 639 – 655.

[8] DEN ADEL H, KOENDERS M A, BAKKER K J. The analysis of relaxed criteria for erosion-control filters[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(6): 829 – 840.

[9] BEGUIN R, PHILIPPE P, FAURE Y H. Experimental study of contact erosion at a granular interface[J]. Springer Series in Geomechanics and Geoengineering, 2011, **11**: 131 – 136.

[10] BEGUIN R, PHILIPPE P, FAURE Y H. Pore-scale flow measurements at the interface between a sandy layer and a model porous medium: application to statistical modeling of contact erosion[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, **139**(1): 1 – 11.

[11] SARI H, CHAREYER B, CATALANO E, et al. Investigation of internal erosion process using a coupled DEM-fluid method[C]// Proceedings of the 2nd International Conference on Particle-based Methods-Particles 2011. Barcelona, 2011.

[12] SHERARD J L, DUNNIGAN L P, TALBOT J R. Basic properties of sand and gravel filters[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, **110**(6): 684 – 700.

[13] ZOU Y H, CHEN Q, CHEN X Q, et al. Discrete numerical modeling of particle transport in granular filters[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **47**(47): 48 – 56.

[14] SHAMY U E, AYDIN F. A micro-scale model for the analysis of flood-induced piping in river levees[C]// Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2007 Congress: Embankments, Dams and Slopes. GSP, 2007: 161.

[15] SHAMY U E, AYDIN F. Multiscale modeling of flood-induced piping in river levees[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, **134**(9): 1385 – 1398.

[16] ABDELHAMID Y, SHAMY U E. Multiscale modeling of flood-induced scour in a particle bed[C]//GeoCongress 2012, Geotechnical Special Publicaiton, ASCE. Oakland, 2012: 740 – 749.

[17] HUANG Q F, ZHAN M L, SHENG J C, et al. Investigation of fluid flow-induced particle migration in granular filters using a DEM-CFD method[J]. Journal of Hydrodynamics, 2014, **26**(3): 406 – 415.

[18] JACKSON R. The dynamics of fluidized particles[M]. New York: Cambridge University Press, 2000.

[19] CUNDALL P A, STRACK O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. Géotechnique, 1979, **29**(1): 47 – 65.

[20] BOUILLARD J X, LYCZKOWSKI R W, GIDASPOW D. Porosity distributions in a fluidized bed with an immersed obstacle[J]. AICHE Journal, 1989, **35**(6): 908 – 922.

[21] STÉPHANE B. Erosion of geomaterials[M]. New York: John Wiley and Sons Inc, 2012.

[22] GOLTZ M. Determination of critical filter velocity in suffusive soils[R]. Saint Petersburg: European Working Group on Internal Erosion, 2009.

[23] 刘　杰. 土石坝渗流控制理论基础及工程经验教训[M]. 北京：中国水利水电出版社，2006. (LIU Jie. Seepage control of earth-rock dams: theoretical basis, engineering experiences and lessons[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2006. (in Chinese))

（责任编辑　黄贤沙）