DOI：10.11779/CJGE201609002

平面SV波入射下弹性半空间中三维球形洞室的动力响应

梁建文[1, 2]，胡淞淋[2]，刘中宪[3]，巴振宁[2]

(1. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室，天津 300072；2. 天津大学建筑工程学院，天津 300072；3. 天津城建大学土木工程学院，天津 300384)

摘 要：采用一种间接边界积分方程法求解了平面SV波入射下弹性半空间中三维洞室的动力响应问题。通过与已有结果的比较，验证了方法的计算精度。在此基础上，以半空间中圆球形洞室为例，对地表位移响应和洞周动应力集中特征进行了详尽的参数分析，并与二维模型进行了比较。研究表明：二维和三维模型对平面波的动力响应在平面内存在一定的相似性，但在波型转换上存在显著差别，尤其体现在响应峰值及空间分布特征上，并且随着频率的升高，空间分布差异愈加明显；在出平面方向，三维洞室周围存在着显著的波散射效应，而二维模型难以描述这种出平面波型转换现象。

关键词：三维洞室；间接边界积分方程法；平面SV波；散射；动应力集中

中图分类号：TU435 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2016)09－1559－10

作者简介：梁建文(1965－)，男，教授，博士生导师，主要从事地震工程研究。E-mail: liang@tju.edu.cn。

Dynamic response of 3D spherical cavity in elastic half-space under plane SV waves

LIANG Jian-wen[1, 2], HU Song-lin[2], LIU Zhong-xian[3], BA Zhen-ning[2]

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 3. School of Civil Engineering, Tianjin Chengjian University, Tianjin 300384, China)

Abstract: Dynamic response of a three-dimensional (3D) spherical cavity in elastic half-space under incident plane SV waves is investigated by using the indirect boundary integral equation method (IBIEM). The accuracy of the method is verified through comparison with the solutions in literatures. Taking a spherical cavity as an example, both the dynamic surface displacement and the dynamic stress concentration around the cavity in a homogeneous half-space are solved and analyzed through parametric studies, and the comparison between 3D and 2D results is implemented. It is shown that the dynamic responses around 2D and 3D cavity are similar in general, but there are still evident differences in wave-pattern conversion, especially for their peak values and spatial distributions, and the differences of the spatial distribution are more obvious when the incident frequency increases. In the anti-plane direction, the scattering effect is significant in 3D case, but it is difficult to be described in 2D case.

Key words: 3D cavity; IBIEM; plane SV wave; scattering; dynamic stress concentration

0 引 言

在1996年日本阪神地震中，神户两条地铁线的5个地铁车站和3处隧道遭受了严重破坏，共有501根立柱（地铁车站199根立柱、隧道302根立柱）破坏，其中，大开车站的35个柱倒塌导致整个车站整体垮塌。由此，地下洞室工程的地震安全性受到广泛关注。由于我国大部分地区为地震设防区，很多地下洞室工程必须建在高烈度地震区。因此，研究地震作用下地下洞室的动力响应特征具有十分重要的工程意义[1]。

近年来，国内外学者对地震作用下地下洞室的动力响应问题进行了大量研究，但多以无限长隧道为工程背景，建立二维或2.5维模型进行求解[2-6]，而对于实际工程中常见的三维洞室，目前的研究相对还比较少。1970年代，Pao等[7]采用波函数展开法开创性地研究了全空间中三维洞室在弹性波入射下的动应力集中问题。此后，Anders等[8]采用T-矩阵法研究了地下不均匀体对弹性波的散射问题，给出了Rayleigh波入射下球形洞室附近地表位移结果。Gonsalves等[9]采用直接边界单元法给出了半空间球形洞室对SH波和

基金项目：国家自然科学基金项目（51378348）

收稿日期：2015－08－01

Rayleigh 波入射的部分结果。陈健云等[10-11]采用相互作用的分析方法，结合岩石地下结构地震响应分析实用模型，对超大型地下洞室群的三维地震响应进行了分析。李海波等[12]采用显示有限差分方法分析了地震荷载作用下埋深、洞室形状等特征对地下岩体洞室位移特征的影响；马行东等[13]则进一步研究了地震波入射方向对地下岩体洞室动态响应的影响；左双英等[14]采用相同方法对映秀湾水电站洞室群受三向地震作用进行了三维非线性动力响应数值模拟。李小军等[15]采用有限元空间离散模型，结合动力方程求解的显式差分方法、局部透射人工边界和接触力模型，对溪洛渡地下洞室群进行了地震响应分析。张运良等[16]采用粘弹性边界及相应的地震动输入方法，对 SV 波垂直入射下地下洞室群三维地震反应进行了时域分析。张玉敏等[17]利用动力时程分析法，对某大型地下洞室群进行了非线性地震动力响应分析。张志国等[18]采用三维动力有限元方法对大型地下洞室地震灾变过程进行了模拟。刘中宪[19]则结合层状弹性半空间精确动力刚度矩阵和均布斜面荷载动力格林函数，采用间接边界元法研究了层状弹性半空间中三维洞室对弹性波的散射问题。

本文采用半空间力源格林函数，采用间接边界积分方程法求解平面 SV 波入射下弹性半空间中三维球形洞室的动力响应问题，讨论入射波频率、角度和洞室埋深等因素的影响，并与二维模型进行对比分析。

1 计算模型

如图 1 所示，半空间中一球形洞室，半径为 a，球心位于 o_1 处，洞室埋深为 d，入射波为平面 SV 波，其入射角为 θ。假定半空间介质为均匀、弹性和各向同性，剪切模量为 μ，拉梅系数为 λ，介质中的横波和纵波波速分别为 c_s 和 c_p，相应波数分别为 k_s 和 k_p，本文方法对问题求解时需引入虚拟波源面 S'，形状与洞室表面 S 一致，半径为 R_0。

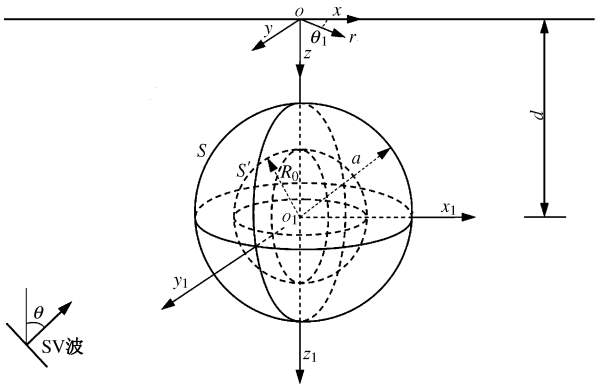


图 1 模型

Fig. 1 Model

2 计算方法

间接边界积分方程法在边界附近设定虚拟波源面，散射波由虚拟波源的作用叠加而得，由边界条件建立方程求解得到虚拟波源的密度。针对本文问题，首先计算自由场响应，然后求解三维半空间力源格林函数模拟散射场，并由零应力边界条件确定力源密度，最后叠加自由场和散射场响应，求得总波场。

2.1 基本解

本文参考 Lamb[20]的解答思路，在柱坐标系下求解了弹性半空间中 3 个方向力源的格林影响函数。具体方法为：引入势函数，将稳态动力平衡方程转化为由势函数表示的波动方程，再将方程中所有参量对 θ_1 进行傅里叶变换以及 Hankel 变换，得到方程在波数域内的通解。然后，根据作用力平面位移和应力连续的边界条件，分别求得在地表对称位置处，两个同样大小埋深力源的全空间动力响应，并将二者在地表处进行叠加，所得残余应力反向加载到地表上，采用相同边界条件，求得地表作用力下的动力响应。最后将两部分动力响应进行叠加，再对其进行 Hankel 和傅里叶的逆变换，得到频域内的最终结果。

2.2 波场分析

总波场可以看作自由场和散射场的叠加。首先进行自由场分析。半空间中一圆频率为 ω 的平面 SV 波以角度 θ 入射，直角坐标系下其波势函数可以表示为

$$\psi(x,y)=\exp[-\mathrm{i}k_s(x\sin\theta-y\cos\theta)] \quad , \qquad (1)$$

时间因子 $\exp(\mathrm{i}\omega t)$ 已略去，下同。入射 SV 波在半空间表面将产生反射 P，SV 波，具体表达式见文献[21]。

当存在地下洞室时，在半空间中将会发生波的散射，假设半空间中散射波场由虚拟波源面 S' 产生，则散射场中的位移和应力可表示为

$$u_i(x,y,z)=\int_{s'}a(x',y',z')G_i^1\left(x,y,z/x',y',z'\right)\mathrm{d}s+\int_{s'}b(x',y',z')G_i^2\left(x,y,z/x',y',z'\right)\mathrm{d}s+\int_{s'}c(x',y',z')G_i^3\left(x,y,z/x',y',z'\right)\mathrm{d}s \quad (i=x,y,z) \quad , \qquad (2)$$

$$\tau_{ij}(x,y,z)=\int_{s'}a(x',y',z')T_{ij}^1\left(x,y,z/x',y',z'\right)\mathrm{d}s+\int_{s'}b(x',y',z')T_{ij}^2\left(x,y,z/x',y',z'\right)\mathrm{d}s+\int_{s'}c(x',y',z')\cdot T_{ij}^3\left(x,y,z/x',y',z'\right)\mathrm{d}s \quad (i,j=x,y,z) \quad , \qquad (3)$$

式中，上标 1，2，3 分别表示沿 x，y，z 方向作用的力源，a，b，c 为对应力源的密度，G 和 T 分别表示力源作用下的位移和应力格林函数，如 $G_i^1(x,\ y,\ z/x',\ y',\ z')$ 表示在虚拟源面 S' 上 $(x',\ y',\ z')$ 坐标处作用沿 x 方向力源时在半空间 $(x,\ y,\ z)$ 处引起的 i $(i=x,\ y,\ z)$ 向位移。

2.3　边界条件及求解

由于采用弹性半空间动力格林函数，自由地表边界条件自动满足，故只需要考虑洞室和半空间交界面上的零应力条件，如下式所示：

$$\begin{cases} t_x = 0 \text{ ,} \\ t_y = 0 \text{ ,} \\ t_z = 0 \text{ 。} \end{cases} \tag{4}$$

式中　t_x，t_y 和 t_z 为总波场中洞室表面应力在坐标轴上的分量，可由叠加形式表达：$t_x = t_x^{\mathrm{f}} + t_x^{\mathrm{s}}$，$t_y = t_y^{\mathrm{f}} + t_y^{\mathrm{s}}$，$t_z = t_z^{\mathrm{f}} + t_z^{\mathrm{s}}$，上标 f，s 分别表示自由场和散射场。

为便于问题数值求解，现将洞室表面 S 和虚拟波源面 S' 均匀离散，单元个数分别为 N 和 M，则散射场位移和应力的表达式可由积分形式转换为

$$u^{\mathrm{s}}(x,y,z) = \sum_{m=1}^{M}\Big[\ a_m G^1(x,y,z/x_m,y_m,z_m) + b_m G^2(x,y,z/x_m,y_m,z_m) + c_m G^3(x,y,z/x_m,y_m,z_m)\Big],$$

$$\tau^{\mathrm{s}}(x,y,z) = \sum_{m=1}^{M}\Big[\ a_m T^1(x,y,z/x_m,y_m,z_m) + b_m T^2(x,y,z/x_m,y_m,z_m) + c_m T^3(x,y,z/x_m,y_m,z_m)\Big] \ , \tag{5}$$

式中，省略位移和应力下标，$(x,\ y,\ z)$ 和 $(x_m,\ y_m,\ z_m)$ 分别为半空间观测点和虚拟波源坐标。

总波场位移与应力可表示为

$$\left.\begin{aligned} u(x,y,z) &= u^{\mathrm{f}}(x,y,z) + u^{\mathrm{s}}(x,y,z) \text{ ,} \\ \tau(x,y,z) &= \tau^{\mathrm{f}}(x,y,z) + \tau^{\mathrm{s}}(x,y,z) \text{ 。} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

3　精度验证

图 2 给出了本文方法对球形洞室的三维解答同文献[19]的对比，计算参数：泊松比 0.3，材料阻尼比 0.01，$d/a = 2.0$，无量纲频率 $\eta = 2a/\lambda$ =0.5，1.0，2.0，入射角度 $\theta = 0°$ 和 60°。另外，为验证下文中二、三维模型对比分析的正确性，图 3 中给出了本文方法的二维弹性解答与文献[21，22]所得结果的比较，仅考虑垂直入射，具体参数于图中给出。需要注意的是，文献[19]和文献[22]均是以斜线或斜面来离散洞室表面，将斜线或斜面均布荷载（格林影响函数）直接作用在洞室面进行求解，与本文的离散虚拟波源方法有着本质上的区别。可以看出，本文解答与文献数据均吻合非常好。

4　方法讨论

本文方法的一个优势在于采用半空间的格林函数，地表边界条件自动满足，只需考虑洞室表面应力条件即可。另外，虚拟波源面的引入，使得本方法避免了通常边界积分方程法求解中的奇异性问题。

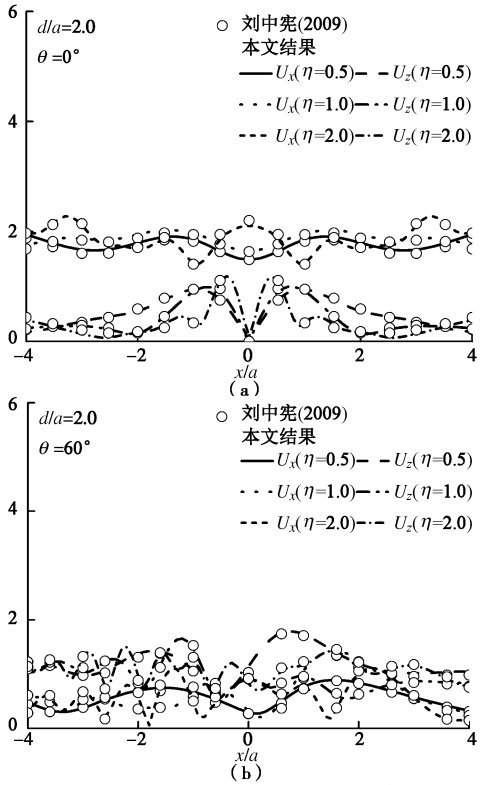


图 2　本文结果与文献[19]比较

Fig. 2 Comparison between calculated results and those in literature[19]

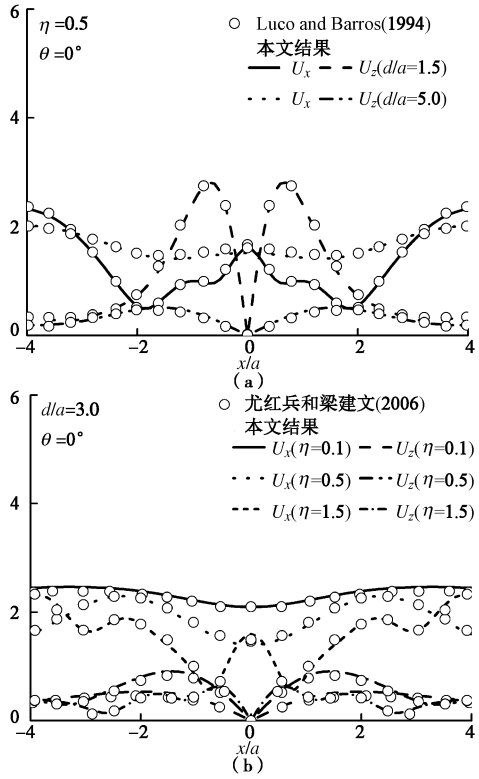


图 3　本文结果与文献[21，22]比较

Fig. 3 Comparison between calculated results and those in literatures[21-22]

该方法的一个关键是合理选择离散单元个数和虚拟波源面的位置。本文通过大量计算，总结出确定三维洞室离散点和虚拟波源的个数及其两者位置关系的

最优方案：将球面边界沿 z 方向等间距分成 20～24 层，洞室离散点数 N 可由每层在 $x-y$ 平面内的投影圆环按入射波长的 1/8～1/6 等间距均匀离散确定；波源与离散点的相对位置由半径之比（R_0/a）来体现，比值范围可在 0.70～0.90 之间；虚拟波源点数 M 可按范围 $0.80*(R_0/a)<M/N<1.10*(R_0/a)$进行选择，分布形式与离散点相同。

另外，需要指出的是，本文采用 Fortran 语言自编程序对问题进行数值求解。由于格林函数为波数域内一无穷震荡积分，本文考虑阻尼效应，根据对应原理，引入复弹性常数 $\mu^*=\mu(1+2\zeta\mathrm{i})$ 和 $\lambda^*=\lambda(1+2\zeta\mathrm{i})$，其中，$\zeta$ 为材料阻尼比。采用高斯积分，取较低积分上限即可获得比较高的计算精度，因此本文的计算效率是比较高的，采用普通计算机即可满足计算要求。

5 算例与分析

本文以均匀弹性半空间中球形洞室为例给出了平面 SV 波入射下不同埋深下地表位移和洞室表面应力的三维解答，并与二维情况进行比较。计算参数为：半空间介质泊松比 1/3；入射波和 z 轴的夹角分别取 θ=0°，30°，60° 和 85°；无量纲频率取 η=0.5，1.0 和 2.0；洞室埋深取 $d/a=2.0$，5.0。计算截面如图 4 所示。需要指出的是，由于入射波、洞室形状均关于 y =0 平面对称，入射波在洞室周围的散射也表现出对称性。

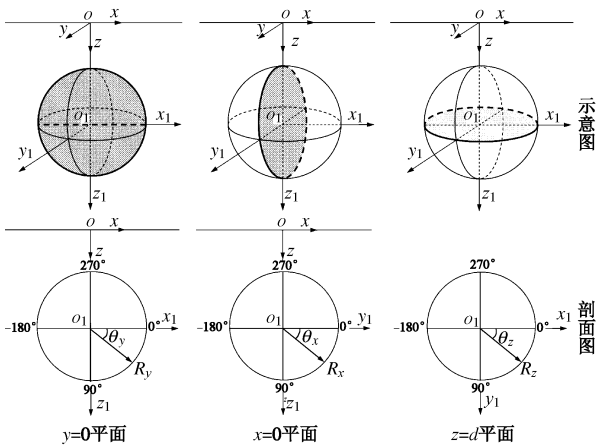


图 4 计算截面示意图

Fig. 4 Calculation section

图 5，6 给出了洞室附近的地表位移幅值，图中结果由入射波的位移幅值正规化。图 7～9 则给出了洞室表面动应力幅值随 $\theta_i\ (i=y,x,z)$ 的变化情况，图中幅值由比值形式表示，其中 $\left|\tau_{\theta_i i}/\tau_0\right|$，$\left|\tau_{ii}/\tau_0\right|$ 和 $\left|\tau_{\theta_i\theta_i}/\tau_0\right|$ 分别定义为不同截面下的出平面剪应力、出平面正应力和洞周环向应力，τ_0 为入射波应力幅值。便于比较，二维模型结果已分别于图 5 和图 7 中给出。

从图 5 和图 7 可以看出，三维和二维洞室的散射存在一定的相似特征：随着频率的升高，动力响应空间振荡逐渐加剧，空间分布更为复杂；同时入射角度的变化，使得空间分布特征发生很大差异，峰值一般出现在 SV 波接近临界角入射时；埋深对洞室周围波的散射特征影响比较复杂，影响特征显著依赖于入射波频率和角度。在较高频率波入射下（η =2.0），整体上看，随着埋深的增加，洞室的动力响应逐渐减弱。

然而，由于两种计算模型对弹性波的散射存在着本质差异，球形洞室反应特征同二维平面应变情况还是存在着显著差别，并且在地表位移和洞周应力两方面均有所体现。

地表位移方面：如图 5 所示，一般情况下，三维模型的地表位移峰值均小于二维模型所得结果，并且峰值出现位置有所不同，如洞室埋深为 d/a=2.0 时，针对不同频率 η =0.5，1.0，2.0，三维的竖向位移峰值分别为 1.754（θ=60°，η =0.5），1.918（θ=30°，η =1.0），1.626（θ=30°，η =2.0），均小于相同条件下的二维结果 1.787（θ=0°，η =0.5），2.015（θ=60°，η =1.0），1.966（θ=60°，η =2.0）；对应的水平位移峰值，三维情况下为 3.893（θ=30°，η =0.5）、3.889（θ=30°，η =1.0）、5.164（θ=30°，η =2.0），同样小于二维情况下的 4.548（θ=30°，η =0.5），4.561（θ=30°，η =1.0），5.803（θ=30°，η =2.0）。同时，与三维模型相比，二维模型下的位移空间分布更为复杂，振荡也更为强烈。另外，从图 6 中可以看出，在 x=0 平面上，二维情况不存在 y 向地表位移反应，而三维情况下 y 向位移波动现象显著，这是由于入射 SV 波在该平面发生了波形转换，从而产生了出平面位移。并且由于洞室的形状特征，其位移空间分布关于 z 轴对称。

洞周应力方面：如图 7 所示，对于 y=0 截面内周向应力即共存应力 $\left|\sigma_{\theta_y\theta_y}/\sigma_0\right|$，两种模型的动应力峰值及其出现位置也同样存在显著差异。以图中洞室埋深 d/a=2.0 的结果为例：针对不同频率（η =0.5，1.0，2.0），三维模型的应力峰值分别为 5.612，2.154，1.038，而二维模型则为 5.423，2.139 和 1.255；入射频率不变，如当 η =2.0 时，随着入射角度的增大，三维情况的应力峰值及其出现位置分别为 0.839（θ_y=184° 和 356°，θ = 0°），1.038（θ_y=241°，θ =30°），0.787(θ_y=346°，θ = 60°)，0.659（θ_y =20°，θ =85°），相同条件下，二维情况则为 0.735（θ_y =198° 和 342°，θ =0°），1.255（θ_y =14°，θ =30°），0.829（θ_y =234°，θ =60°），1.011（θ_y =76°，θ =85°）。同时，从图中还可以看出，二者的应力空间分布在低频情况下相似，但高频情况下差异明显。另外，由于模型的差异，相较于二维平面应变情况，三维洞室在不同计算截面上还存在着其它应力形态。对于 y=0 平面，从图中可以看出，除共存应力外，三维模型还存在出平面正应力 $\left|\sigma_{yy}/\sigma_0\right|$，其动应力的幅值较小，但波动特征明显（二

维平面应变情况则存在沿 y 向不变的$\left|\sigma_{yy}/\sigma_0\right|$)。对于 x=0 和 z=d 平面，如图 8 和图 9 所示，三维模型在两截面上存在多种应力形态（出平面剪应力、出平面正应力和洞周环向应力），且呈现对称分布。此外，与地表位移相似，平面波垂直入射时，在 x=0 平面上发生波形转换，从而产生出平面剪应力。

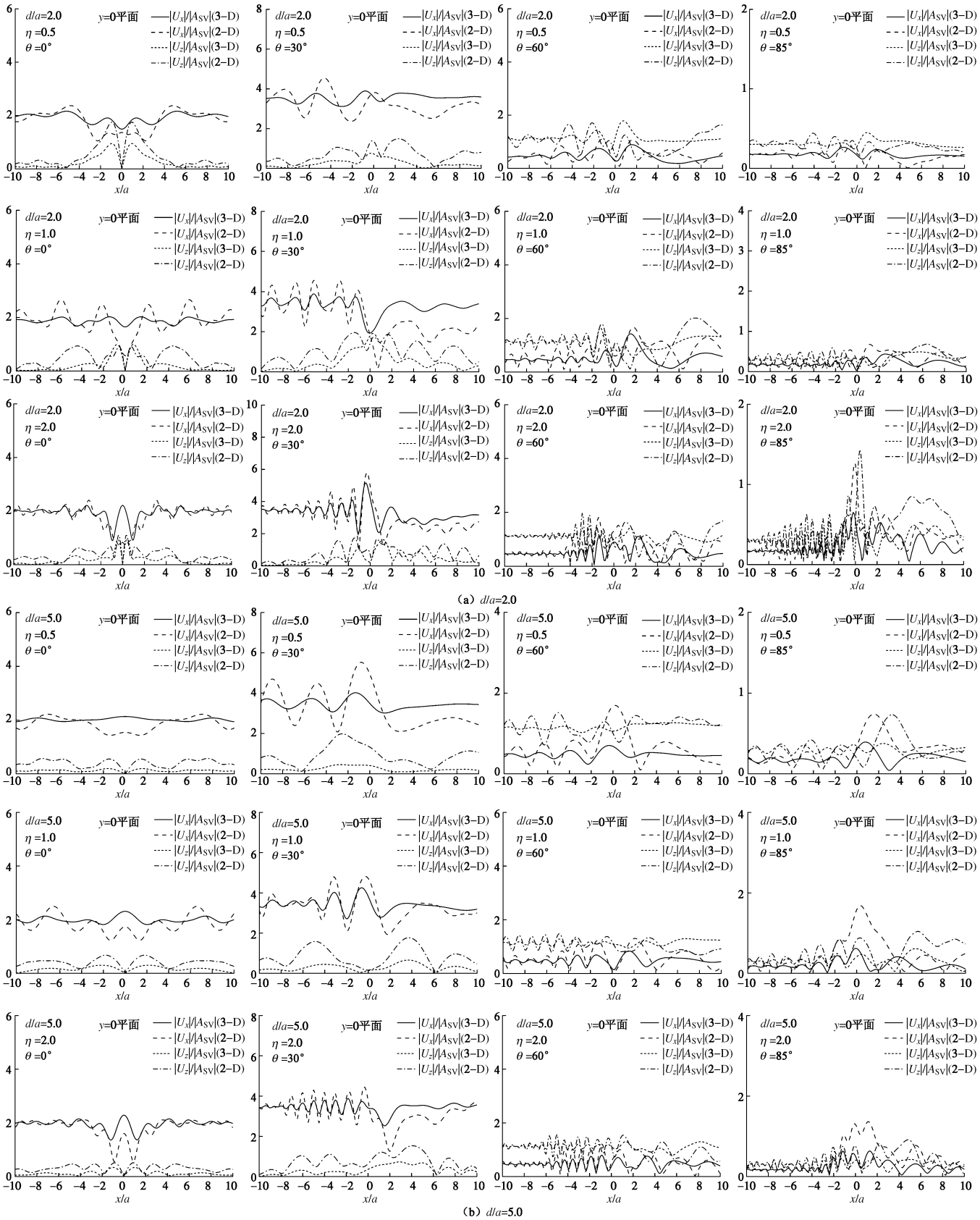
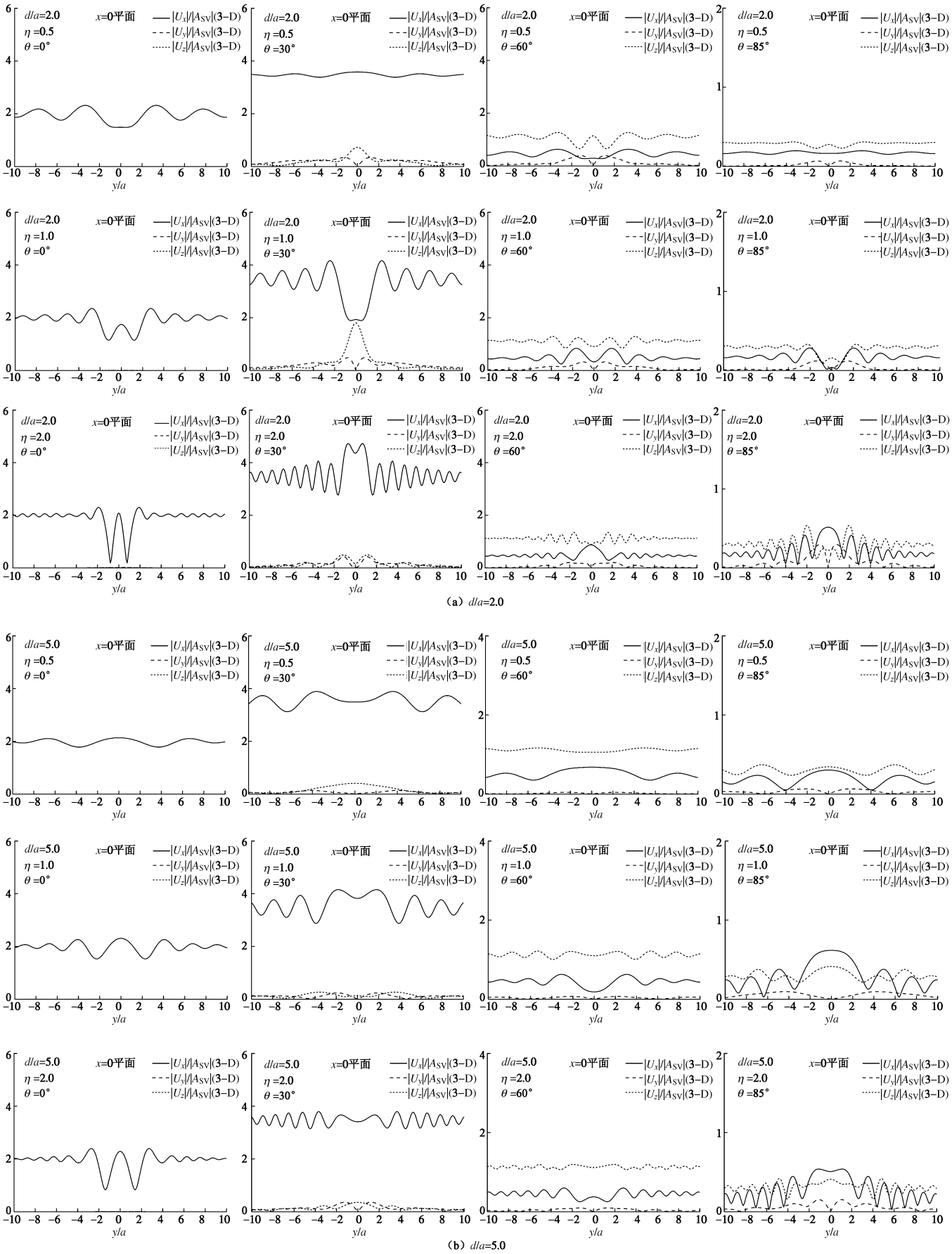


图 5 SV 波入射下半空间洞室附近地表位移幅值(y=0 平面)

Fig. 5 Surface displacement amplitudes around cavity in half-space under incident SV-waves (y=0 plane)

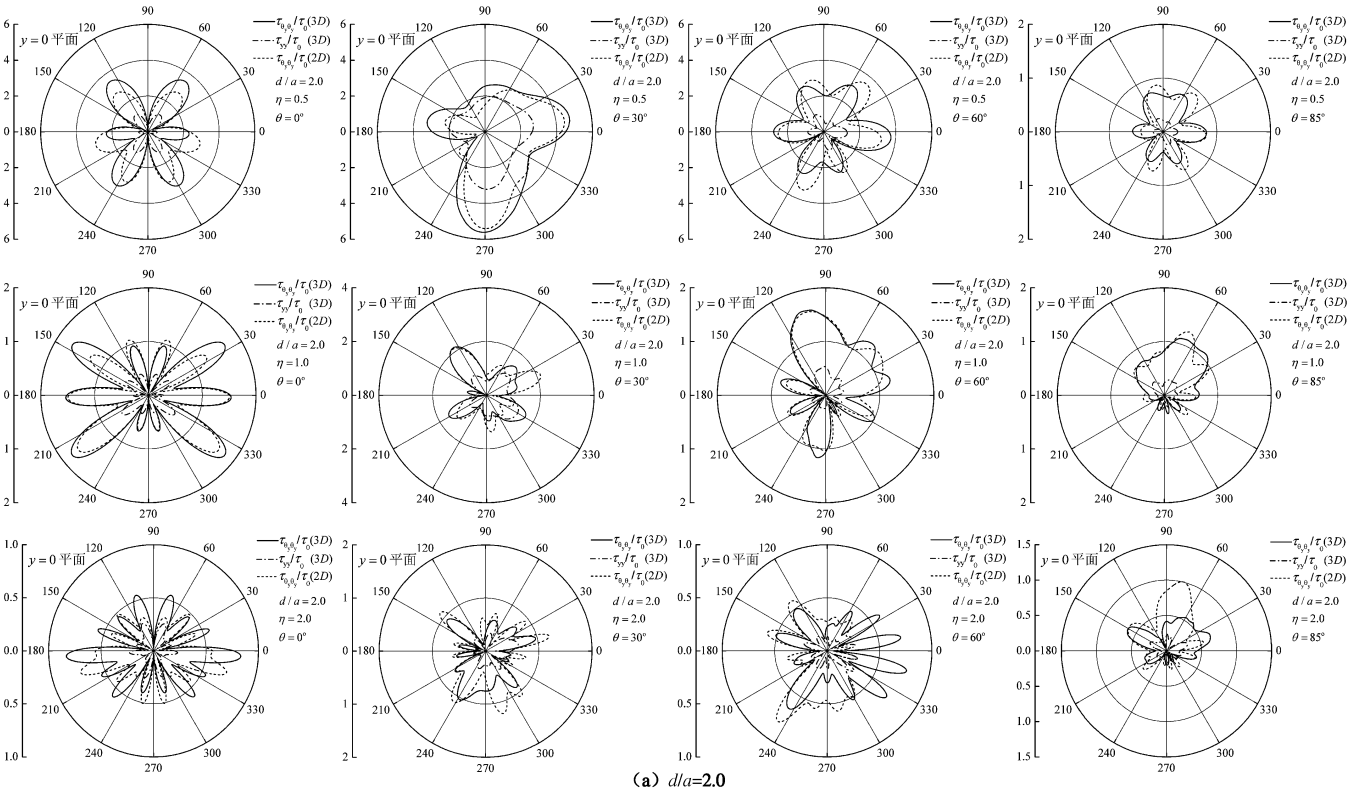


(a) d/a=2.0

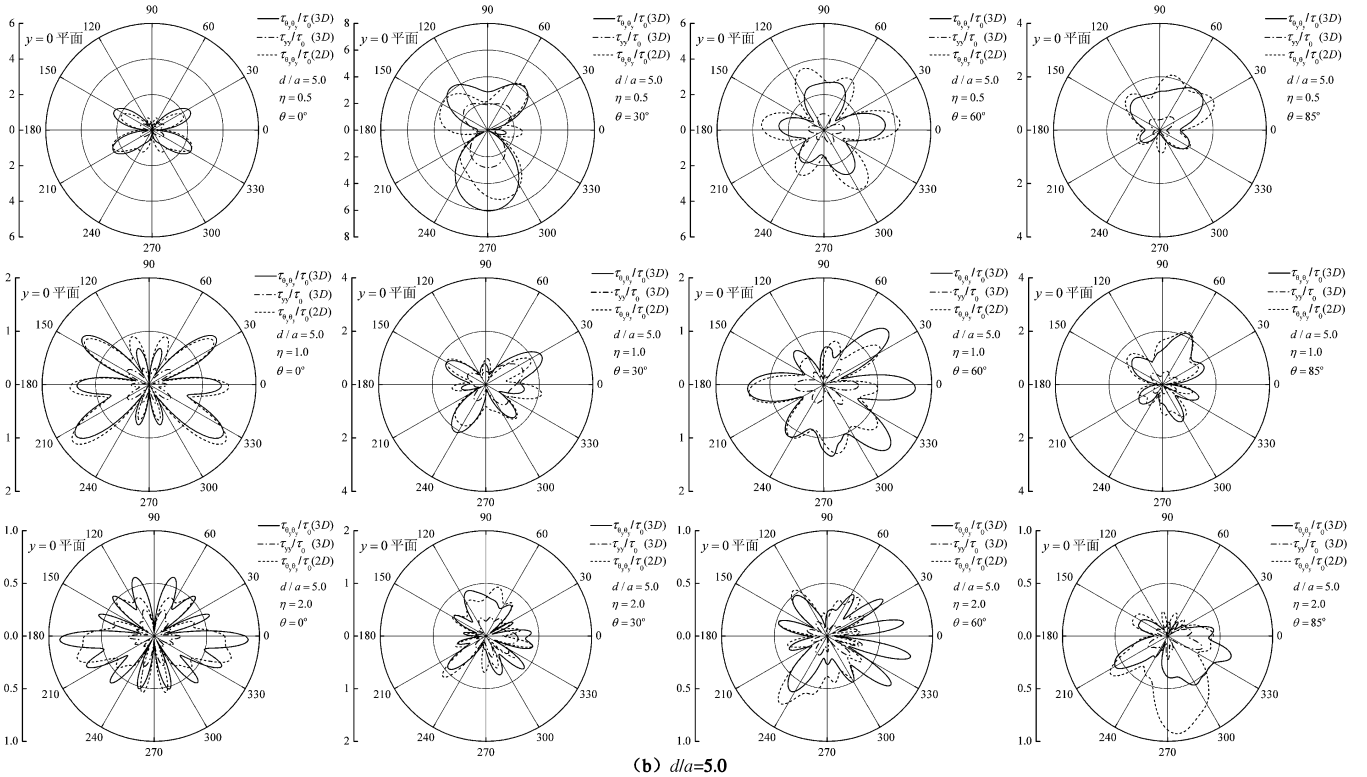
(b) d/a=5.0

图 6 SV 波入射下半空间洞室附近地表位移幅值(x=0 平面)

Fig. 6 Surface displacement amplitudes around cavity in half-space under incident SV-waves (x=0 plane)



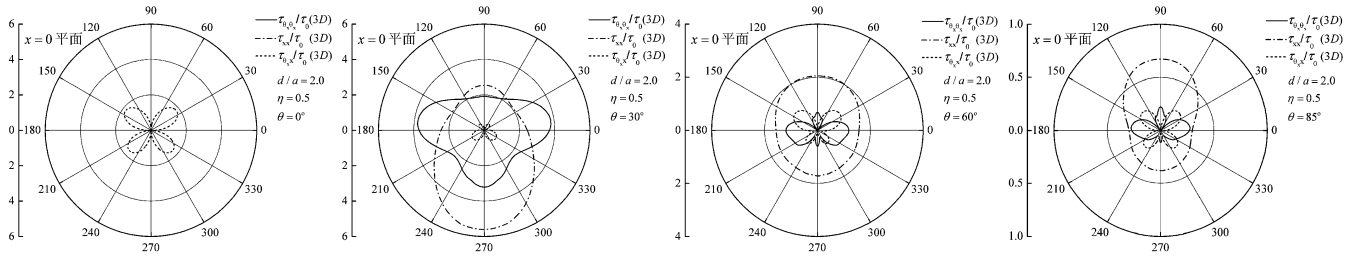
（a）d/a=2.0

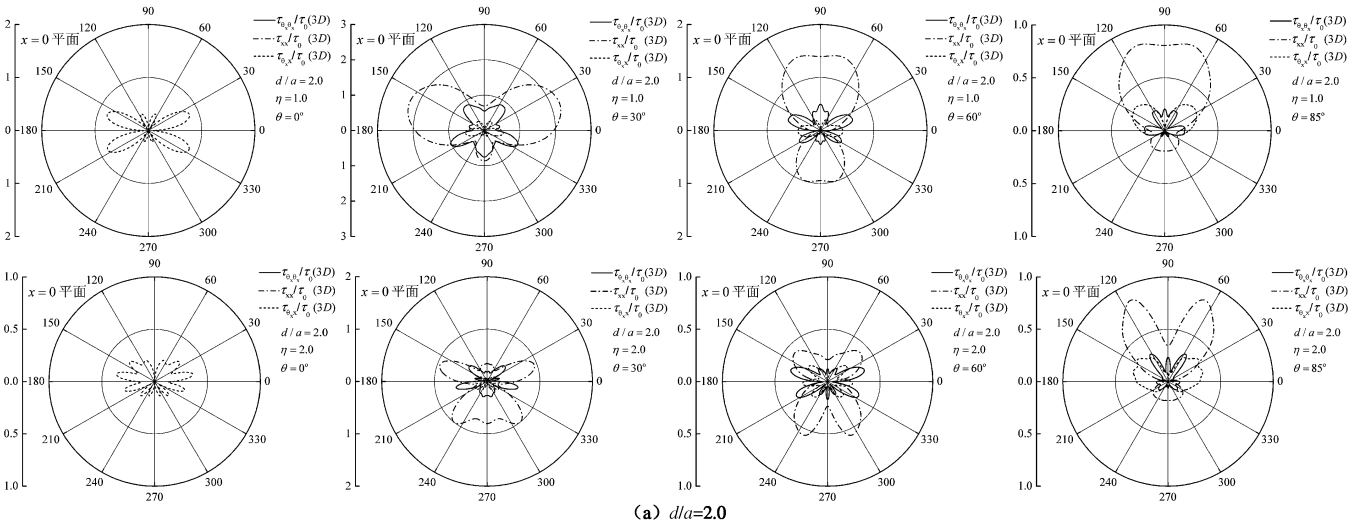


（b）d/a=5.0

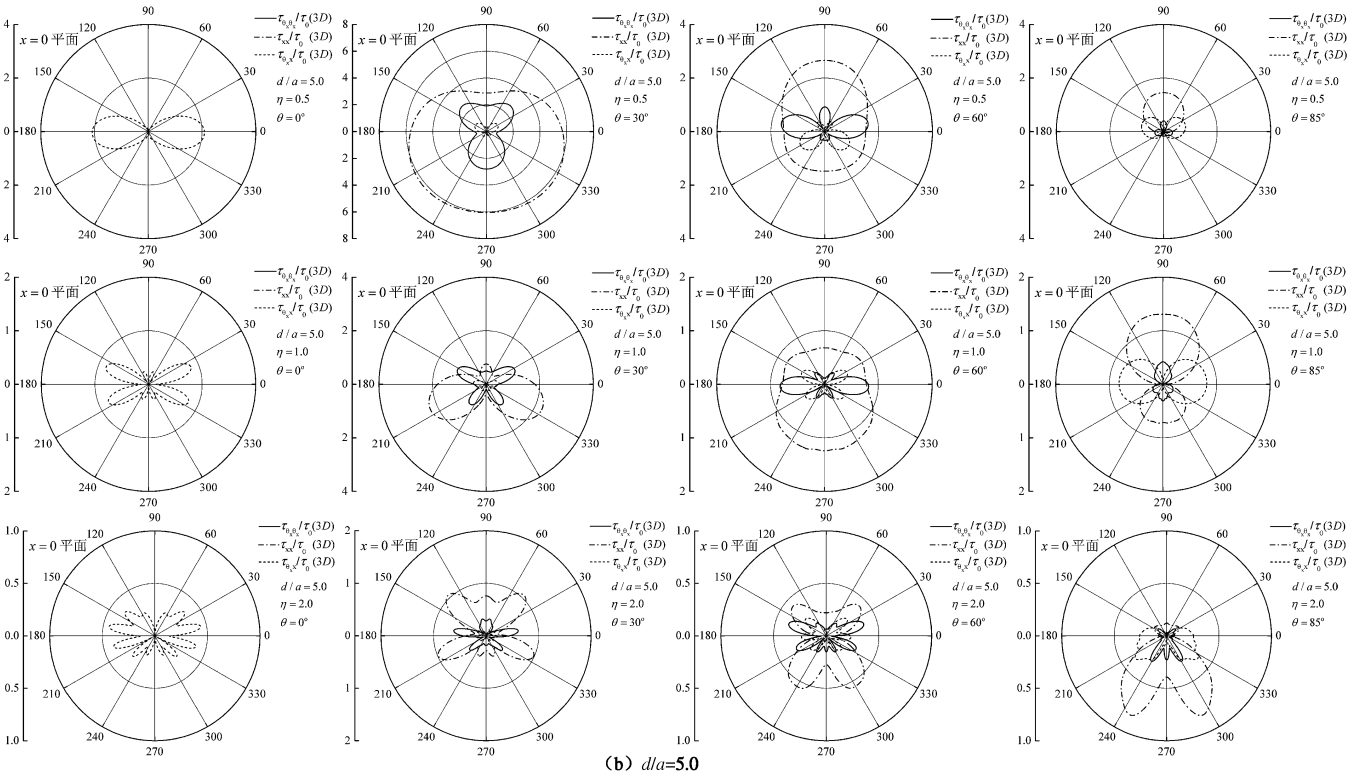
图 7 SV 波入射下半空间洞室表面动应力幅值(y=0 平面)

Fig. 7 Dynamic stress amplitudes on cavity surface under incident SV-waves (y=0 plane)





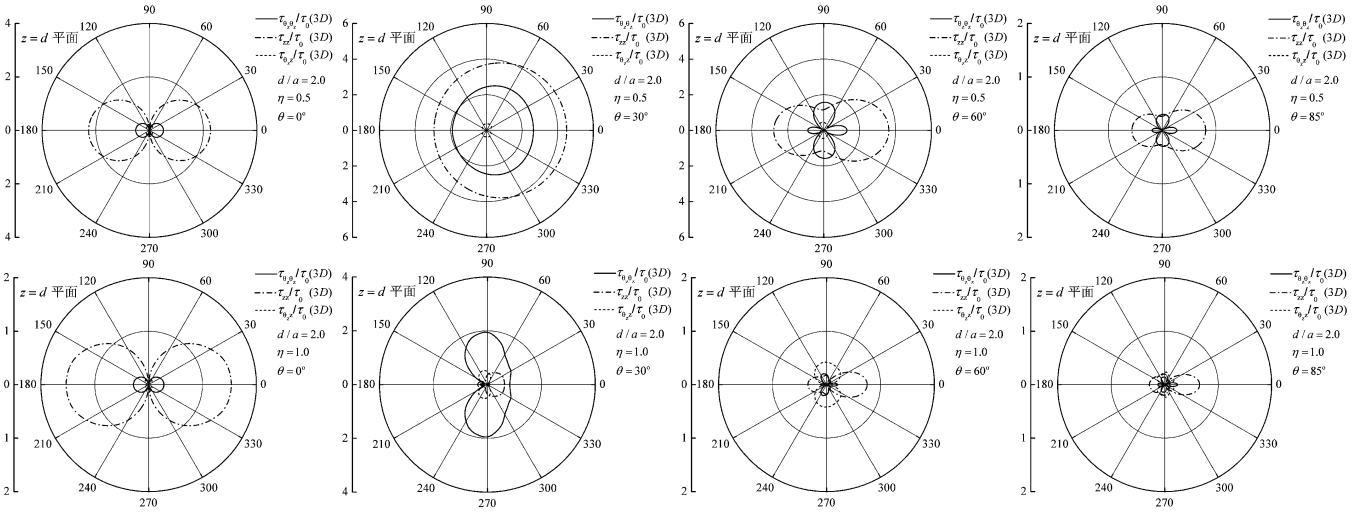
（a）d/a=2.0

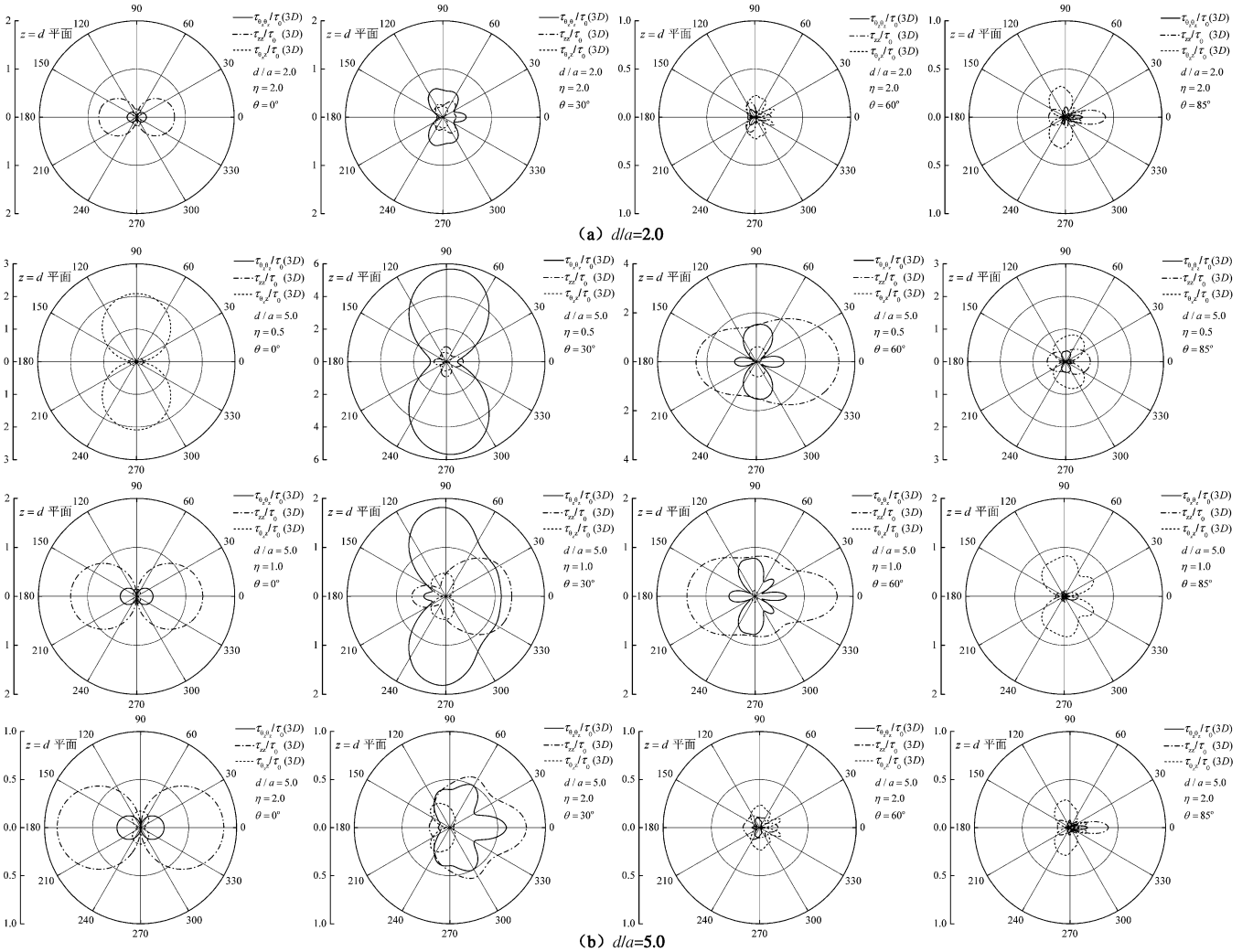


（b）d/a=5.0

图 8 SV 波入射下半空间洞室表面动应力幅值(x=0 平面)

Fig. 8 Dynamic stress amplitudes on cavity surface under incident SV-waves (x=0 plane)





（a）d/a=2.0

（b）d/a=5.0

图 9 SV 波入射下半空间洞室表面动应力幅值(z=d 平面)

Fig. 9 Dynamic stress amplitudes on cavity surface under incident SV-waves (z=d plane)

6 结　　语

本文结合半空间中力源格林影响函数，采用间接边界积分方程法给出了平面 SV 波入射下弹性半空间中三维洞室的动力响应解答。研究表明，二维和三维半空间洞室模型的动力响应在二维模型所取的计算截面内(平面内)，在整体反应趋势上存在一定的相似性，但两者峰值大小及峰值位置也有一定差别，并且随着频率的升高，两者空间分布的差异愈加明显。在出平面方向，三维洞室周围存在着显著的波的散射效应，而二维模型难以描述这种出平面波型转换现象。因此，对实际三维问题需建立三维模型，进行精细的位移和动应力集中分析。

参考文献：

[1] 崔　臻, 盛　谦, 冷先伦, 等. 大型地下洞室群地震动力灾变研究综述[J]. 防灾减灾工程学报, 2013, **33**(5): 606－616. (CUI Zhen, SHENG Qian, LENG Xian-lun, et al. A review of study on seismic catastrophe of large-scale underground cavern group[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2013, **33**(5): 606－616. (in Chinese))

[2] LEE V W, TRIFUNAC M D. Response of tunnels to incident SH-waves[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1979, **105**: 643－659.

[3] DATTA S K, SHAH A H. Scattering of SH waves by embedded cavities[J]. Wave Motion, 1982, **4**(3): 265－283.

[4] STAMOS A A, BESKOS D E. 3-D seismic response analysis of long lined tunnels in half-space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1996, **15**: 111－118.

[5] 梁建文, 张　浩, LEE V W. 平面 P 波入射下地下洞室群动应力集中问题解析解[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(6): 815－819. (LIANG Jian-wen, ZHANG Hao, LEE V W. An analytical solution for dynamic stress concentration of underground cavities under incident plane P waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(6): 815－819. (in Chinese))

[6] 梁建文, 张　浩, LEE V W. 地下双洞室在 SV 波入射下动力响应问题解析解[J]. 振动工程学报, 2004, **17**(2): 132－

140. (LIANG Jian-wen, ZHANG Hao, LEE V W. An analytical solution for dynamic stress concentration of underground twin cavities due to incident SV waves[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, **17**(2): 132 – 140. (in Chinese))

[7] PAO Y H, MOW C C. Diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations[M]. New York: Crane Russak and Company Inc, 1973.

[8] ANDERS B, GERHARD K. Elastic wave scattering by a three-dimensional inhomogeneity in an elastic half space[J]. Wave Motion, 1980, **2**: 335 – 353.

[9] GONSALVES I R, SHIPPY D J, RIZZO F J. Direct boundary integral equations for elastodynamics in 3-D half-spaces[J]. Computational Mechanics, 1990, **6**: 279 – 292.

[10] 陈健云, 胡志强, 林 皋. 超大型地下洞室群的三维地震响应分析[J]. 岩土工程学报, 2001, **23**(4): 494 – 498. (CHEN Jian-yun, HU Zhi-qiang, LIN Gao. 3-D Seismic response study on large scale underground group caverns[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, **23**(4): 494 – 498. (in Chinese))

[11] 陈健云, 胡志强, 林 皋. 超大型地下洞室群的随机地震响应分析[J]. 水利学报, 2002(1): 71 – 75. (CHEN Jian-yun, HU Zhi-qiang, LIN Gao. Random seismic response anaysis of large-scale underground group caverns[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002(1): 71 – 75. (in Chinese))

[12] 李海波, 马行东, 李俊如, 等. 地震荷载作用下地下岩体洞室位移特征的影响因素分析[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(3): 358 – 362. (LI Hai-bo, MA Xing-dong, LI Jun-ru, et al. Study on influence factors of rock cavern displacement under earthquake[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(3): 358 – 362. (in Chinese))

[13] 马行东, 李海波. 地震波入射方向对地下岩体洞室动态响应的初步分析[J]. 水力发电, 2007, **33**(1): 23 – 25. (MA Xing-dong, LI Hai-bo. Primary analysis of different incidence propagation on dynamic response of underground rock cavern under earthquake[J]. Water Power, 2007, **33**(1): 23 – 25. (in Chinese))

[14] 左双英, 肖 明. 映秀湾水电站大型地下洞室群三维非线性损伤地震响应数值分析[J]. 水利发电学报, 2009, **28**(5): 127 – 133. (ZUO Shuang-ying, XIAO Ming. 3D numerical analysis on nonlinear damage seismic response of large underground caverns of Yingxiuwan hydropower station[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2009, **28**(5): 127 – 133. (in Chinese))

[15] 李小军, 卢 滔. 水电站地下厂房洞室群地震反应显式有限元分析[J]. 水利发电学报, 2009, **28**(5): 1877 – 1882. (LI Xiao-jun, LU Tao. Explicit finite element analysis of earthquake response for underground caverns of hydropower stations[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2009, **28**(5): 1877 – 1882. (in Chinese))

[16] 张运良, 马艳晶, 韩 涛. 大型水电站地下洞室群三维地震反应时域分析[J]. 水力发电, 2010, **36**(5): 27 – 30. (ZHANG Yun-liang, MA Yan-jing, HAN Tao. 3-D Seismic analysis on large-scale underground hydropower station caverns in time domain[J]. Water Power, 2010, **36**(5): 27 – 30. (in Chinese))

[17] 张玉敏, 盛 谦, 朱泽奇, 等. 地震作用下大型地下洞室群位移特征的若干影响因素分析[J]. 岩土力学, 2010, **31**(11): 3525 – 3530. (ZHANG Yu-min, SHENG Qian, ZHU Ze-qi, et al. Some influence factors on displacement characteristics of cavern group under strong earthquake[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(11): 3525 – 3530. (in Chinese))

[18] 张志国, 肖 明, 陈俊涛. 大型地下洞室地震灾变过程三维动力有限元模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(3): 509 – 523. (ZHANG Zhi-guo, XIAO Ming, CHEN Jun-tao. Simulation of earthquake disaster process of large-scale underground caverns using three-dimensional dynamic finite element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(3): 509 – 523. (in Chinese))

[19] 刘中宪. 弹性层状半空间三维局部场地对地震波的散射研究[D]. 天津: 天津大学, 2009. (LIU Zhong-xian. Scattering of elastic waves by 3-D local sites in layered half-space[D]. Tianjin: Tianjin University, 2009. (in Chinese))

[20] LAMB H. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, 1904, **203**: 1 – 42.

[21] LUCO J E, DE BARROS F C P. Dynamic displacement and stress in the vicinity of a cylindrical cavity embedded in half space[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, **23**: 321 – 340.

[22] 尤红兵, 梁建文. 层状半空间中洞室对入射平面 SV 波的散射[J]. 岩土力学, 2006, **27**(3): 383 – 388. (YOU Hong-bing, LIANG Jian-wen. Scattering of plane SV waves by a cavity in a layered half-space[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(3): 383 – 388. (in Chinese))