

DOI: 10.11779/CJGE2015S2001

基于蠕变本构的列车荷载下地基长期沉降计算

高广运^{1, 2}, 聂春晓^{1, 2}, 曾 龙^{1, 2}, 张先林³

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 20092; 2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 3. 上海市规划和国土资源局, 上海 200003)

摘 要: 推导了一种列车动荷载下基于蠕变本构方程的长期沉降计算方法。首先根据列车通过轨道时引起激振力, 利用半无限空间 Mindlin 解求出轨道正下方任一点的列车移动荷载引起的动应力, 其次采用波尔兹曼线性叠加原理和积分原理推导出动应力蠕变本构方程, 然后将列车移动荷载引起的动应力代入动应力蠕变积分方程, 推导出列车动荷载蠕变应力-应变积分方程, 最后结合分层总和法计算出列车运行引起的长期沉降。并采用数值模拟和实测数据对本算法进行有效性验证, 结果表明: 推导的用于计算列车运行引起的长期沉降的半解析法计算结果与实测数据比较吻合, 此半解析法忽略了间接作用轮对的影响, 其计算结果相比于数值模拟结果偏小, 但间接作用轮对长期沉降的影响很小, 在工程上可以忽略不计。

关键词: 列车移动荷载; 蠕变本构; 长期沉降

中图分类号: TU471.8; TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2015)S2-0001-05

作者简介: 高广运(1961-), 男, 安徽人, 教授, 博士生导师, 从事土动力学和桩基的研究。E-mail: gaoguangyun@263.net。

Long-term settlement of foundation subjected to moving train loads based on creep constitutive model

GAO Guang-yun^{1, 2}, NIE Chun-xiao^{1, 2}, ZENG Long^{1, 2}, ZHANG Xian-lin³

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Municipal Bureau of Planning and Land Resources, Shanghai 200003, China)

Abstract: A procedure for calculating the long-term settlement of foundation subjected to moving train loads is proposed on the basis of the creep constitutive model. The excited force associated with the moving train is converted to dynamic stresses on the infinite half-space by using the Mindlin solution. The creep constitutive equations are derived based on the Boltzmann principle of linear superposition, and the integral formation of the equations is then deduced. The long-term settlement of foundation can be calculated by using the proposed equations and the layer-wise summation method. The procedure is verified by the simulation and measured data. The results show that the predicted long-term settlement by the proposed method is in good agreement with the test data. The proposed method simplifies the moving train load, but the effect on predicting the long-term settlement is negligible.

Key words: moving train load; creep constitutive model; long-term settlement

0 引 言

随着近年来国内城市轨道交通、高速铁路、高速公路迅猛发展, 交通荷载对土体长期沉降的影响日益突出。目前相关研究成果基于实验的经验模型, 如: Seed 等^[1]研究了压缩黏土在循环荷载下的强度与变形特征, 建立变形与循环荷载的定性关系。Li 等^[2]基于 Monismith 等^[3]的经验模型, 通过大量的试验改进了该模型。Chai 等^[4]在 Monismith 提出的经验模型的基础上, 考虑了土体加载前的静偏应力、加载后的动偏应力以及静破坏偏应力对长期沉降的影响, 提出了改进的经验模型。唐益群等^[5]以上海第④层淤泥质土为研

究对象, 通过室内循环三轴试验, 采用分级加载模式, 研究土体循环蠕变随循环应力比及随荷载振动次数的增大而变化的规律, 认为循环蠕变由累积塑性应变与可逆弹性应变两部分组成。高广运等^[6]结合数值模拟与经验方法, 计算地铁循环荷载作用下轨道地基的长期沉降, 并结合分层总和法对比 3 种不同的经验算法的沉降计算结果, 改进了沉降预测模型。

上述文献的方法仅考虑循环过程对沉降的影响,

基金项目: 国家自然科学基金项目(51178342); 高等学校博士点基金项目(20130072110016)

收稿日期: 2015-03-26

没有考虑每一次循环中土体应力与应变随时间的变化对沉降的影响;此外这些基于实验的方法地域性很强,实验成本高,不易于推广。对此本文从土体蠕变模型出发,研究动荷载下土体随时间变化,进而推导出列车动荷载下的土体应力-应变随时间变化的关系式。土体的蠕变模型理论分为线性黏弹塑性模型理论和非线性模型理论,本文采用相对成熟的线性黏弹性模型。在很多情况下,土体经长期固结后,在受到动荷载作用时,仍然发生变形,对此,高益弟^[7]对常用几个黏弹性模型进行较为系统的蠕变模型理论推导,且简单地论述了振动荷载下土体的蠕变力学模型。本文在文献^[7]基础上推导地基长期沉降计算方法。

1 列车动荷载下蠕变本构形式的推导

本文根据隧道长期沉降计算的需要,采用一种基于实测结果来确定列车荷载的方法,土体在列车荷载下的变形很小,处于弹性变形范围,根据文献^[8]可知,在求解黏弹性土体的应力解时,认为土体为无限半空间弹性体求得应力。本文假设列车轮对荷载为点荷载,由于作用时间很短,可以假设其在作用那一时刻为静荷载,所以可以结合 Mindlin 解^[9]求得半空间地基中任一点的动应力,采用波尔兹曼线性叠加原理和积分原理推导出动应力蠕变本构方程,然后进行积分。

1.1 列车动荷载引起的激振力

实测结果表明,对测点激振力产生影响的范围 L 约为枕木间距 d 的 4 倍,故可根据车速 v 和枕木间距 d 得到激振力持续时间 $T_0 = L/v$ 。准静荷载的频率为 2 倍持续时间 T_0 的倒数,即周期 $T_1 = 2T_0$, 频率 $f_1 = 1/T_1$ 。

车-轨体系共振时轨道可近似看成支承在 2 倍枕木间距假想支座上的梁。对跨度为 $l = 2d$ 的简支梁,跨中刚度 k 和车-轨共振频率 f_2 如下:

$$k = (48EI)/l^3, \quad (1)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (2)$$

式中, $l = 2d$ (d 为枕木间距), EI 为轨道截面抗弯刚度, m 为单轮质量, f_2 为共振频率。

利用上述简化方法可以得到单轮对通过轨道时作用在道床上的激振力时程:

$$P_1(t) = P_{1m} \sin(2\pi f_1 t) + P_{2m} \sin(2\pi f_2 t) \quad (0 \leq t \leq T_0), \quad (3)$$

式中, P_{1m} , P_{2m} 分别为低频准静荷载和车-轨共振激振荷载的峰值。

1.2 列车动荷载引起的动应力

如图 1 所示,根据 Mindlin 等^[9]的研究,当弹性半

空间体内深度 C 处作用有集中力 Q 时,地基内到地面深度 z 处任一点的竖向应力 σ_z 可用下式表示:

$$\sigma_z = \frac{Q}{8\pi(1-2\nu)} \left[\frac{(1-2\nu)(z-c)}{(R_1)^3} + \frac{3(z-c)^3}{(R_1)^2} - \frac{(1-2\nu)(z-c)}{(R_2)^5} + \frac{3(3-4\nu)z(z+c)-3(z+c)(5z-c)c}{(R_2)^5} + \frac{30cz(z+c)^3}{(R_2)^5} \right], \quad (4)$$

式中, $R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2}$, $R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}$, c 为距地表的距离, ν 为泊松比。

由于 Mindlin 解^[9]公式复杂,所以本文只考虑点荷载作用位置的正下方的应力,简化后的 Mindlin 解为

$$\sigma_z = \frac{Q}{8\pi(1-2\mu)} \left[\frac{(1-2\mu)}{(z-c)^2} + 3(z-c) - \frac{(1-2\mu)(z-c)}{(z+c)^5} + \frac{3(3-4\mu)z(z+c)-3(z+c)(5z-c)c}{(z+c)^5} + \frac{30cz(z+c)^3}{(z+c)^7} \right], \quad (5)$$

式中, $Q = P_1(t)$ 为点荷载作用力, ν 为泊松比, c 为点荷载作用力埋置深度, z 为某一点的深度, σ_z 为荷载正下方任意深度的应力。

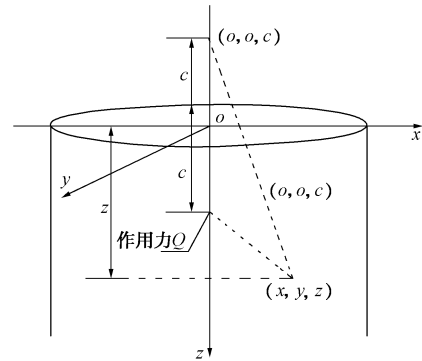


图 1 土体内集中力的作用

Fig. 1 Concentrated forces in soils

1.3 蠕变本构积分形式

波尔兹曼叠加原理认为,材料在某时刻的变形,等于该时刻以前作用在材料上的各应力增量分别在该时刻产生的变形之和。线性黏弹性体的一个主要特点就是某时刻的应力与应变成正比,所以可以用线性叠加原理来推导动荷载下的蠕变本构方程。

本文假设土体为 K 体模型,任意应力作用下动力蠕变积分本构如下式^[7]:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\xi) \frac{\partial \sigma_z(\xi)}{\partial \xi} d\xi, \quad (6)$$

式中, $J(t-\xi) = \frac{1}{E} (1 - e^{-E(t-\xi)/\eta})$ 为蠕变柔度, E 为弹性模量, η 为黏滞系数, t 为 $0 \sim T_0$ 内的任意时间, ξ 为动应力的时间参数, $\varepsilon(t)$ 为经历任意时间后的应变。

联立式 (4) ~ (6), 通过积分代换得出列车单轮激振力荷载下的蠕变本构方程:

$$\varepsilon(t, z) = \frac{P_{1m} M \eta}{\eta^2 (\omega_1)^2 + E^2} \left(\frac{E}{\eta} \sin \omega_1 t - \omega_1 \cos \omega_1 t + \omega_1 e^{-Et/\eta} \right) + \frac{P_{2m} M \eta}{\eta^2 (\omega_2)^2 + E^2} \left(\frac{E}{\eta} \sin \omega_2 t - \omega_2 \cos \omega_2 t + \omega_2 e^{-Et/\eta} \right), \quad (7)$$

式中, $\omega_1 = 2\pi f_1$, $\omega_2 = 2\pi f_2$, t 为 $0 \sim T_0$ 内的任意时间, 本文取 $t = T_0$,

$$M = \frac{1}{8\pi(1-2\mu)} \left[\frac{(1-2\mu)}{(z-c)^2} + 3(z-c) - \frac{(1-2\mu)(z-c)}{(z+c)^5} + \frac{3(3-4\mu)z(z+c) - 3(z+c)(5z-c)c}{(z+c)^5} + \frac{30cz(z+c)^3}{(z+c)^7} \right].$$

2 列车荷载下长期沉降

列车在实际运行过程中, 轨道在列车轮对的作用下产生沉降, 某一轮对的作用时长为 T_0 , 列车各轮对依次通过某一点时, 轮对作用次数为 n 次, 则可以通过列车每年的运行次数确定某一年限内的轮对作用次数 N 。

2.1 轮对第一次作用下土体沉降

对于轮对作用一次引起的土体沉降可利用分层总和法计算, 计算公式如下:

$$S_0 = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i h_i = \int_c^H \varepsilon(T_0, h) dh, \quad (8)$$

式中, $\varepsilon_i = \varepsilon(T_0, Z, i)$ 为轮对第一次作用结束时某一土层中点的应变, $Z = h_i * i$, h_i 为土体的每一层厚度, k 为土体划分层数, H 为土层计算范围, c 为列车作用深度, ε 为轨道下任意点的应变, h 为任意深度, $\varepsilon(T_0, h)$ 为 h 深度处 T_0 时刻的应变。

2.2 轮对作用 N 次时土体沉降

由于地铁列车荷载在地基中产生的动应力较小, 该模型只考虑较小动应力的情况下 (即动偏应力低于门槛应力值) 残余变形。采用 Monismith 等^[3]建议的指数方程确定残余变形与荷载作用次数的关系:

$$S_N = S_0 N^b, \quad (9)$$

式中, N 为轮对循环作用次数, b 为材料参数, 参考文献[10]取值为 0.29, S_0 的物理意义为轮对第一次作用过程中产生的残余变形, 其大小由材料的物理性质、当前应力状态决定。

3 计算参数的取值

本文以人民广场地铁 1、2 号线为工程背景, 地铁在第④层软土中运行。根据上海中心城区土层参数, 可知地铁沉降主要影响范围内土体的弹性模量 E (单位 MPa) 和泊松比 ν 如表 1。黏滞系数根据现有资料难以确定, 因此本文在实验数据基础上通过反分析法确定④土层范围内土体的黏滞系数 η 。

3.1 黏滞系数 η 的确定方法

根据经验, 土体黏滞系数 η 取值范围: $10 \times 10^6 \sim 10 \times 10^{17}$ 。本文黏滞系数 η 的取值通过反分析法求得, 图 2 为上海软土层④在不同压力作用下蠕变曲线^[11], 列车运行引起的激振力带来的最大应力值为 285 kPa, 故采用文献[11]中 N_4 压缩曲线的次固结段, 即 t_p 后面的部分, 参数拟合采用 Matlab 线性最小二乘法。

表 1 50 m 范围内土层的计算参数

层号	层厚/m	E/MPa	μ
①	2.64	1.40	0.45
②	1.28	4.46	0.36
③	4.40	3.34	0.44
④	9.12	2.52	0.45
⑤1	10.8	4.05	0.41
⑤2	10.27	5.82	0.37
⑤3	2.80	6.49	0.35
⑦	12.05	14.00	0.32

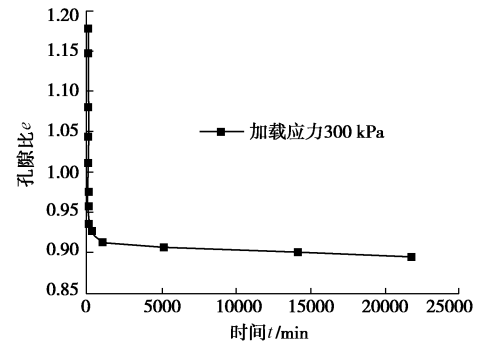


图 2 上海第 4 软土在不同荷载下的蠕变曲线

Fig. 2 Creep curve of Shanghai forth layer soft soil under different loads

3.2 曲线拟合方程及参数 η 的求得

本文计算所用的黏滞性模型为 K 体模型, 因此所采用的本构方程式子如下:

$$\xi_{\text{静}}(t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-Et/\eta}) \quad (10)$$

本文计算的动蠕变参数 E , η 的取值与静力蠕变的参数一致, 其中影响隧道沉降主要土层的弹性模量 E 可取近似值为 5 MPa; 根据式 (10) 只需要拟合出一个参数 η 即可。通过最小二乘法拟合出 $\eta = 3 \times 10^{10}$ 泊。

由于⑤1 及其下部土体的力学特性好于④层软土, 其沉降量小, 且其他土层与振源距离较远可忽略不计。⑤1 层土的弹性模量 E 取 4.05 MPa, $\eta = 3 \times 10^{10}$ 泊。

3.3 其他参数的选取

列车通过轨道时对道床产生的激振荷载, 单车轮

$$\text{通过轨道时, 竖向准静荷载持续时间: } T_0 = \frac{L}{v} = \frac{4d}{v} = \frac{4 \times 0.55}{72/3.6} = 0.11 \text{ s}, \text{ 荷载峰值 } P_{\text{lm}} = 63.08 \text{ kN}, \text{ 频率 } f_1 =$$

4.545 Hz。车-轨体系振动时对轨道产生的动荷载峰值 $P_{2m} = 7.15 \text{ kN}$ ，单个轮重 $m = 912 \text{ kg}$ ，轨道截面抗弯刚度 $EI = 6.627 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ ，假设支承跨度为 $l = 2d = 1.1 \text{ m}$ ，共振频率 $f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{48EI}{ml^3}} = 81.47 \text{ Hz}$ 。

4 模型验证

4.1 工程概况

本文以人民广场地铁 1、2 号线工程为背景，在地表以下 10.52 m 盾构法施工隧道，隧道半径均为 3.1 m，土体分层和计算参数如表 1。地铁列车每 5 分钟一趟，每辆列车 6 节，有 12 个轮对，则一年的轮对加载次数 $N_l = 893520$ 次，只考虑轮对作用在某一点时产生动力蠕变引起沉降。

4.2 与数值模拟结果对比分析

利用 FLAC^{3D} 软件建立三维有限差分模型，尺寸为：140(x)×140(y)×50.1(z)m，x 方向为列车前进方向，本文分析 6 节编组列车^[12]，故模型长取列车长度 140 m；y 方向取 140 m；z 方向取 50.1 m，为第 7 层土层底标高。采用莫尔-库仑模型，同时在开挖面附着衬砌结构，衬砌厚 35 mm，材料为 C55 混凝土，用 FLAC^{3D} 的壳单元模拟，隧道垫层距隧道中心以下 2.2 m，材料为 C30 混凝土。

在进行模型静力分析时，模型边界条件为：表面自由，底部固定，四周竖直方向自由；模型动力分析时，本文采用静态边界（黏性边界）条件。列车动荷载的模拟采用线荷载，模型如图 3。

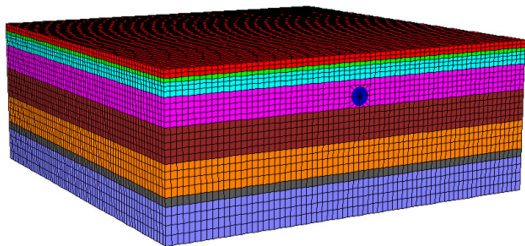


图 3 三维数值模型

Fig. 3 Three-dimensional numerical model

数值模拟沉降监测点在隧道中心上方地表处，由图 4 可知，本文半解析计算结果和数值模拟结果接近，第 1 年沉降较大，约 6.14 mm；5 年二者的沉降也较接近，前者为 9.78 mm，后者为 10.30 mm；20 年的沉降逐级趋于平稳，根据发展趋势分析，随着年限的增长，沉降量增长率逐渐收敛为 0，与实际情况相符。两者在 20 年的沉降最大差异不超过 1 mm，说明其他轮对拾振点的作用是非常小的。

两种方法都采用了 Monismith 指数方程来计算残余变形，本文半解析法考虑拾振点的变形量，未考虑

其他轮对对该点的作用；数值模拟考虑了所有轮对的作用。虽然解析解略小于数值结果，但二者基本相同，进一步说明间接轮对对拾振点的作用很小。

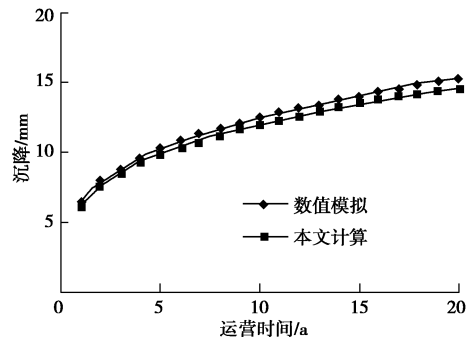


图 4 本文方法与数值结果对比

Fig. 4 Comparison between predicted results and numerical simulations

5 模型进一步验证

对比人民广场地铁 1 号线沉降的实测数据，1995—1999 年 5 a 的最大沉降值为 160 mm，1998 年—1999 年的沉降值（第 5 年的沉降值）最大为 40 mm，由于人民广场附近影响因素较为复杂，如周围地面建筑施工、地下水水位下降、大面积地下空间开发、各类地面交通荷载和人群荷载等。而周围影响相对较小的区段，如上体馆站附近，1995 年—1999 年 5 a 的累积沉降约为 15 mm^[13]，上体馆站的土层分层厚度和计算参数接近表 1^[14]，计算与实测结果对比见图 5。

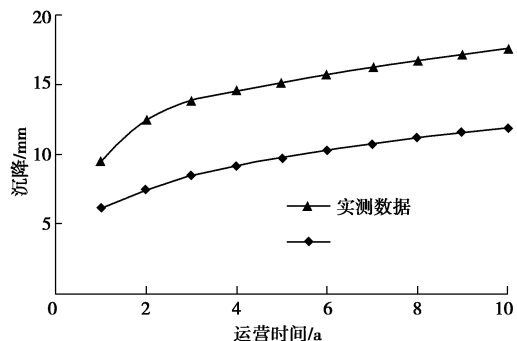


图 5 本文方法与实测结果对比

Fig. 5 Comparison between predicted and measured results

从图 5 可知，本文方法计算结果与实测数据随时间变化的沉降曲线基本趋势是一致的，前五年本文的计算结果较实测小，差值为 4~5 mm，之后的沉降变化趋势基本一致，沉降差约 6 mm。原因是开始几年上体馆附近仍然有一些较小影响的工程活动，此后影响轨道长期沉降的因素主要是列车的循环荷载，所以两沉降曲线变化趋势逐渐吻合。

6 结 论

本文利用 Mindlin 解将列车通过轨道时的激振荷

载转换为轨道正下方任一点的动应力, 代入用波尔兹曼线性叠加原理推导出的蠕变本构积分方程, 最后得出列车动荷载蠕变本构积分方程。计算中考虑每一次循环中土体应力与应变随时间的变化对沉降的影响, 较为真实的反映列车振动荷载下地基的长期沉降。

(1) 本文推导的计算列车运行引起的长期沉降的半解析法与数值模拟结果一致, 且与实测数据较吻合。

(2) 该半解析法忽略了间接作用轮对的影响, 其计算结果略小于数值模拟结果。但间接作用轮对长期沉降的影响小, 在工程上可以忽略不计。

(3) 本文在前人实验数据基础上, 反分析法求出上海第④软土层的黏滞系数 η 约为 3×10^{10} Pa。

参考文献:

- [1] SEED H B, MCNEILL R L. Soil deformations in normal compression and repeated loading tests[J]. Highway Research Board Bulletin, 1956(141): 44 - 53.
- [2] LI D, SELIG E T. Cumulative plastic deformation for fine-grained subgrade soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **122**(12): 1006 - 1013.
- [3] MONISMITH C L, OGAWA N, FREEME C R. Permanent deformation characteristics of subsoil due to repeated loading[J]. Transp Res Rec, 1975(537): 1 - 17.
- [4] CHAI J, MIURA N. Traffic-load-induced permanent deformation of road on soft subsoil[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, **128**(11): 907 - 916.
- [5] 唐益群, 刘 莎, 杨 坪, 等. 分级加载条件下上海淤泥质黏土的循环蠕变效应[C]// 第三届全国岩土与工程学术大会论文集. 成都: 四川科学技术出版社, 2009: 3 - 8. (TANG Yi-qun, LIU Sha, YANG Ping, et al. The cyclic creep effect of muddy clay under hierarchical load in Shanghai[C]// The 3rd conference of Geo-engineering, China. Chengdu: Sichuan Science and Technology Press, 2009: 3 - 8. (in Chinese))
- [6] 高广运, 徐大为, 张先林, 等. 地铁循环荷载作用下上海软土路基的长期沉降计算[J]. 桂林理工大学学报, 2012, **32**(3): 77 - 81. (GAO Guang-yun, XU Da-wei, ZHANG Xian-lin, et al. Long-Term settlement calculation of Shanghai metro soft soil foundation under cyclic loading[J]. Journal of Guilin University of Technology, 2012, **32**(3): 77 - 81. (in Chinese))
- [7] 高益弟. 振动荷载下土体流变力学性质及在动力基础中的应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2006. (GAO Yi-di. The study on the rheological dynamics nature of soil subjected to vibrating load and application of power foundation[D]. Changsha: Hunan University, 2006. (in Chinese))
- [8] 祝彦知. Kelvin 半无限体内部受集中力作用时的黏弹性解[J]. 工业建筑, 2005, **35**(12): 55 - 60. (ZHU Yan-zhi. Analytical solutions of Kelvin's viscoelastic half-infinite space subjected to interior vertical concentrated loading[J]. Industrial Construction Magazine Agency, 2005, **35**(12): 55 - 60. (in Chinese))
- [9] MINDLIN R D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid[J]. Journal of Applied Physics, 1936, **7**(5): 195 - 202.
- [10] 黄茂松, 李进军, 李兴照. 饱和软黏土的不排水循环累积变形特性[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(7): 891 - 895. (HUANG Mao-song, LI Jin-jun, LI Xing-zhao. Cumulative deformation behavior of soft clay in cyclic undrained tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(7): 891 - 895. (in Chinese))
- [11] 高彦斌, 李 赫, 张阿晋. 结构性对上海软土次压缩特性的影响[J]. 上海国土资源. 2011(4): 73 - 77. (GAO Yan-bing, LI He, ZHANG A-jin. Influence of soil structure on secondary compression behavior of Shanghai soft clay[J]. Shanghai Land & Resource, 2011(4): 73 - 77. (in Chinese))
- [12] 陈文红, 李 韬, 申永勇, 等. 上海国产化 A 型地铁列车[J]. 机车电传动, 2008(5): 35 - 40. (CHEN Wen-hong, LI Tao, SHENG Yong-yong, et al. Localied type A Metro train of Shanghai[J]. Electric Drive for Locomotives, 2008(5): 35 - 40 (in Chinese))
- [13] 叶耀东. 软土地区运营地铁盾构隧道结构变形及健康诊断方法研究[D]. 上海: 同济大学, 2007. (YE Yao-dong. Research on deformation and method of health diagnose of operational subway structures in soft soil[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese))
- [14] 周念清, 唐益群, 娄荣祥, 等. 徐家汇地铁站深基坑降水数值模拟与沉降控制[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(12): 1950 - 1956. (ZHOU Nian-qing, TANG Yi-qun, LOU Rong-xiang, et al. Numerical simulation of deep foundation pit dewatering and land subsidence control of Xujiahui Metro Station[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(12): 1950 - 1956. (in Chinese))

(本文责编 胡海霞)