

DOI: 10.11779/CJGE201510023

连续级配土的级配方程及其适用性研究

朱俊高^{1,2}, 郭万里^{1,2}, 王元龙³, 温彦锋⁴

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098;
3. 中北大学土木工程系, 山西 太原 030051; 4. 中国水利水电科学研究院岩土工程研究所, 北京 100038)

摘要: 提出了一个描述连续级配土的级配方程, 研究了方程的基本性质、对不同土体级配曲线的反映能力, 验证了方程对各种连续级配土的普适性。研究表明: 该级配方程能够描述出双曲线形、反 S 形和近乎直线等三种典型的土体级配曲线, 而且对于黏土、粉土、砂土和粗粒土等不同土料的级配都具有广泛的适用性。方程参数分析得知 b 主要决定级配曲线的形状, 即双曲线形或反 S 形, 而且, 当 m 较小时, 曲线很缓, 近似于直线。参数 m 主要决定曲线的倾斜程度, 且曲线主体部分的斜率与 m 成正相关。和 Swamee 提出的级配方程相比, 本文的级配方程有明显的优越性和更宽广的适用性。对 6 座国内外土石坝人工爆破堆石料的级配研究表明, 级配参数 b 和 m 大致在 $-0.28 \sim 0.64$ 和 $0.45 \sim 0.75$ 范围。

关键词: 土; 级配曲线; 级配方程; 曲线拟合

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2015)10-1931-06

作者简介: 朱俊高(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事土体基本性质及本构关系、土石坝工程研究。E-mail: zhujungao@hhu.edu.cn。

Equation for soil gradation curve and its applicability

ZHU Jun-gao^{1,2}, GUO Wan-li^{1,2}, WANG Yuan-long³, WEN Yan-feng⁴

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. Department of Civil Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China; 4. Department of Geotechnical Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100038, China)

Abstract: A new gradation equation which can be used to describe continuous gradation is put forward. Basic properties and reflection ability for different soils of the equation are studied, and general applicability of the equation is validated. The study shows that the equation can describe three typical soil gradation curves which are hyperbola, reversed S-shaped and approximate straight line shape, and has a wide applicability of clay, silt, sand and coarse-grained soil. The shape of gradation curve is determined by parameter b , namely hyperbola or reversed S-shaped, and when m is small, the curve is similar to a straight line. The slope of the curve is mainly determined by parameter m , and increases with the increase of m . The equation has more obvious advantages and broader applicability than Swamee's. Gradation curves of artificial blasting rockfill material from six earth-rock dams at home and abroad are studied, indicating that the range of parameters is roughly $-0.28 < b < 0.64$ and $0.45 < m < 0.75$.

Key words: soil; gradation curve; gradation equation; curve fitting

0 引言

众所周知, 土的级配对土体的物理力学性质有非常重要的影响, 即使是同一种土质的土, 如果级配不同, 其工程性质差异较大, 尤其对粗颗粒土。毫无疑问, 颗粒级配是土体最重要物理性质指标之一^[1]。土体的颗粒级配组成要完整准确地表示出来, 目前唯一的方法是采用级配曲线, 即粒组频率曲线或粒径分布曲线。但是, 这种方法表示的级配不方便在工程实践

与学术研究中应用, 比如, 在说明两种土的级配差异时, 必须每个粒组分别比较, 分析各粒组含量的差异。而且, 这种粒组含量的差异在用于表述级配对土体物理或力学性质的影响时, 几乎无法定量表述。也就是

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2013CB036404); 国家自然科学基金项目(51479052); 中央高校基本科研业务费专项项目(2014B04914, 2014B34214)

收稿日期: 2014-12-09

粒组含量的差异无法定量表示其对土的压缩性、强度、渗透性的影响,在某些情况下,可以定性描述。因此,准确定量且简单地表述土体级配显得十分必要。

对粗粒土,规范规定可以利用不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c 评定其级配好坏(当 $C_u > 5$ 且 $C_c = 1 \sim 3$ 时级配良好^[1]),这样做简单、方便,但不能完整表述级配,因此,不能准确描述土体级配与其物理力学性质之间的定量关系。

目前为止,关于土体级配的研究很多,其中不少研究致力于探寻级配的测定方法^[2]。而更多的则是土的级配对其物理力学性质的影响研究^[3-7],包括各类混凝土中碎石级配的影响研究^[8],以及近年来有关粗粒料级配缩尺对土体性质的影响研究^[9]等。这些研究中,在分析有关级配对土或混凝土力学性质影响时,只是定性表述某种级配曲线的土具有何种性质或仅仅用不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c 来描述级配的影响。比如,李罡等^[10]在研究粒状材料颗粒级配对临界状态的影响时,就仅仅引入了 C_u 对临界状态的影响,很显然,这是不能完整表述级配影响的。蒋明镜等^[11]在通过试验研究不同颗粒级配对某火山灰力学性质影响时,由于现有级配表述方法的限制,就只能分别分析某种级配的曲线对压缩性及强度指标的影响,无法定量表述级配对压缩系数、黏聚力及内摩擦角到底如何影响的。

上述研究之所以没有能定量分析级配对土体性质的影响,是因为目前对土体的级配没有合适的数学表述。迄今为止,对土体级配的表示方法的研究很少。Fuller 等^[12]根据试验提出的一种理想级配即最大密度曲线,认为颗粒级配曲线越接近抛物线时,其密度越大,表达式为

$$P = \sqrt{\frac{d}{d_{\max}}} \times 100\%, \quad (1)$$

式中, P 为粒径为 d 的颗粒的通过质量百分率, d_{\max} 为最大粒径。

基于分形理论, Talbot 等^[13]提出一种级配方程为

$$P = \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^{3-D} \times 100\%, \quad (2)$$

式中, D 为分形维数。

根据该方程,在研究最大密度时, Talbot 等则认为,实际矿料的级配应充许有一定的波动,表达式为

$$P = \left(\frac{d}{d_{\max}} \right)^n \times 100\% \quad , \quad (3)$$

式中, n 为级配指数,一般取 $n=0.3 \sim 0.6$ 时,有较好密实度,当 $n=0.5$ 时即为 Fuller 等提出的最大密度曲线。

Swamee 等^[14]提出了天然泥沙的级配曲线方程为

$$P = \left[\left(\frac{d_*}{d} \right)^m + 1 \right]^{-n} \times 100\% \quad , \quad (4)$$

式中, m 为双对数坐标系中泥沙级配曲线中间段变化斜率, n 为渐变系数(或称为拟合系数), d_* 为(双对数坐标系中)级配曲线的中间段直线的延长线与 $P=100\%$ 的横坐标交点对应的粒径。

上述这些方程中,式(1)~(2)认为在双对数坐标系中, P 与粒径 d 为线性关系,表述显然过于简单,适用的情况不多。式(3)与式(2)本质上是一致的。和式(1)~(3)相比,式(4)对不同级配的反映准确程度提高且适用性更宽,但是,其普适性能有较大限制,本文第2节将有所讨论。

本文通过对大量实际工程中应用的土体级配曲线形态的研究,提出了一个适用于一般连续级配土体的级配方程。对该方程的适用性进行了深入分析,对不同土类,包括粗粒土、砂土、黏土的级配曲线进行拟合,进一步验证该级配方程的普遍适用性。

1 级配方程的提出及其适用性分析

1.1 级配方程的提出

土体颗粒级配组成要完整准确地表示出来,目前的方法是采用级配曲线,即粒组频率曲线或粒径分布曲线。本文提出的级配方程用来描述连续土体粒组频率曲线,即以小于某粒径百分含量 P 为函数,对应粒径 d 为自变量的一元方程。

要建立级配的数学描述,其表达式应该能反映这个特征:对应 $d=d_{\max}$ 的百分含量应该等于 100%。

另外,通过对大量土体级配曲线的分析,在 $P - \lg d$ 坐标系中,连续级配曲线主要有 3 种曲线形态(如图 1),即图 1 中典型曲线 1(双曲线型)、典型曲线 2(反 S 型)、典型曲线 3(近乎直线型)。合理的级配方程应该能够反映或近似反映这 3 种形态。

基于上述分析,笔者构造了如下关系式:

$$P = \frac{d^m}{(1-b)d_{\max}^m + bd^m} \times 100\% \quad , \quad (5)$$

式中, d_{\max} , b 和 m 为参数,以下称级配参数。式(5)可以用来表示土体的级配,以下将式(5)称为级配方程。

1.2 方程对级配曲线反映能力分析

式(5)共有 3 个参数,即 d_{\max} , b 和 m 为参数,其中,级配确定后,最大粒径 d_{\max} 自然就知道了,容易确定。另外 2 个参数可以用优化拟合的方法确定,即在 $P - \lg d$ 坐标系中的级配曲线上拾取若干点,得到

一系列 $P_i - d_i$ 值, 再利用 Matlab、origin 等工具软件对方程 (5) 进行优化拟合, 求出待定参数 b 和 m 。也可以自编最优化程序实现, 用拾取的若干点 d_i 对应的实测 P_i 与式 (5) 计算的 P'_i 差的平方和作为目标函数进行优化计算, 目标函数最小值时的参数 b 和 m 即为所求。初步研究表明, 参数 b 和 m 决定曲线形态, 而且, 其合理取值范围是 $m > 0$ 和 $b < 1$ 。关于参数确定及其取值范围的相关研究将另文介绍。

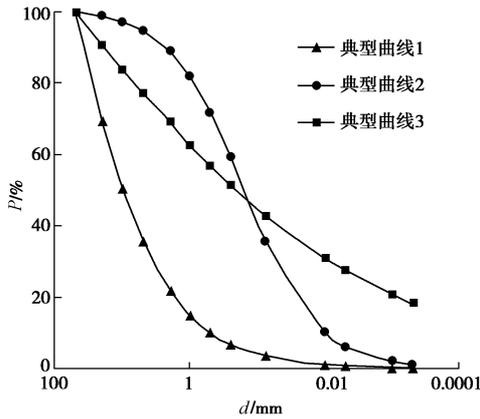


图 1 连续级配土体的典型级配曲线形态
Fig. 1 Typical curves of continuous gradation

为了展示式 (5) 对级配曲线的反映能力, 笔者取定 $d_{max}=50$ mm, 对参数 b 及 m 分别取不同的值, 在 $P - (\lg)d$ 平面画出其曲线, 如图 2 和图 3 所示。图 2 中, 取定 $m=0.8$, 参数 $b=0.4, 0.8, 0.9, 0.97, 0.99$; 图 3 (a) 和图 3 (b) 中, 分别取定 $b=0.95$ 和 $b=0.5$, 参数 $m=0.3, 0.5, 0.6, 0.8, 1.0$ 。下面关于曲线形态的讨论也均基于横坐标为对数坐标情况。

图 2 表明, m 取定值时, 随着 b 的增加, 级配曲线的形状从双曲线形逐渐变化为反 S 形, 而且, 不同的 b 值下曲线主体部分的倾斜程度大致相等。

图 3 (a) 显示, 当 b 值恒定 (且取值较大, 等于 0.95) 时, 随着 m 的变化, 曲线形态不变, 都为反 S 形, 但曲线主体部分的斜率随 m 增大而变大。图 3 (b) 则表明, 当 b 值恒定 (且取值较小, 等于 0.5) 时, 式 (5) 表示的级配曲线呈双曲线形, 且曲线主体部分的斜率随 m 减小而减小, 并由双曲线形逐渐过渡到近似直线。

综上所述, 参数 b 主要决定级配曲线的形态, 即双曲线形或反 S 形, 而且, 当 m 较小时, 曲线很缓, 近似于直线。参数 m 主要决定曲线的倾斜程度, 且曲线主体部分的斜率与 m 成正相关。

从图 2 和图 3 所反映的多种形态的级配曲线可以看出, 式 (5) 所表示的级配方程对土体级配曲线有比较广泛的反映能力, 其系列曲线包含了图 1 中的 3 种典型形态。事实上, 由于式 (5) 中 2 个参数 (b 和 m) 分别决定了曲线的形态及斜率, 因此, 其变化范围覆

盖广, 反映能力强, 而不像式 (2) 和式 (3) 仅 1 个参数, 只能反映曲线斜率变化。另外, 参数 d_{max} 决定级配曲线在横坐标轴的相对位置。

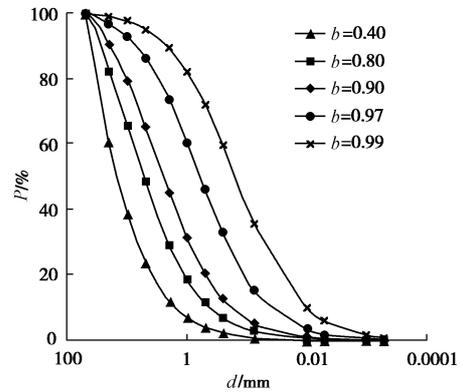
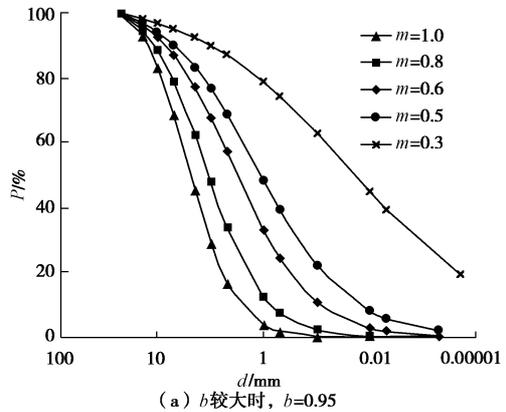
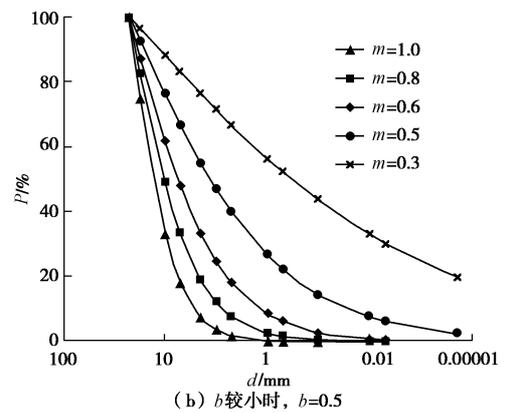


图 2 参数 b 与曲线形态的关系 ($m=0.8$)

Fig. 2 Relationship between parameter b and curve



(a) b 较大时, $b=0.95$



(b) b 较小时, $b=0.5$

图 3 参数 m 与曲线形态的关系

Fig. 3 Relationship between parameter m and curve

当然, 式 (5) 只能用来反映连续级配曲线, 如果级配不连续, 其级配曲线就会出现平台, 式 (5) 是不能反映的。

为了进一步论证本文级配方程的优越性, 这里再将其与式 (4) 进行对比分析。将式 (4) 所反映的曲线在 $P - \lg d$ 平面内画出, 发现其形态是反 S 形, 而且, $P=100%$ 为其渐近线, 也就是, 该方程只能反映反 S 形的级配曲线, 对双曲线形或直线形的级配曲线, 其

反映能力较差。为说明这一点，利用图 1 中的 3 种典型级配曲线来进行比较分析，如图 4 所示。图中，典型曲线 1-式 (5)、典型曲线 2-式 (5)、典型曲线 3-式 (5) 均由式 (5) 给出，而典型曲线 1-式 (4)、典型曲线 2-式 (4)、典型曲线 3-式 (4) 则由式 (4) 给出。

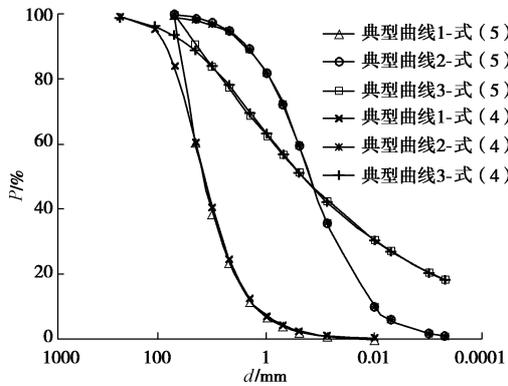


图 4 式 (4) 和式 (5) 对级配的反应能力对比

Fig. 4 Comparison of gradation equations

图 4 可以看出，对典型反 S 形曲线(典型曲线 2)，两个方程表示的级配曲线很接近。对双曲线形(典型曲线 1)及直线形(典型曲线 3)的级配曲线，式 (4) 所表示的曲线在接近 $P=100\%$ 附近无法准确表述，但在曲线中下部与式 (5) 曲线吻合较好。另外，3 种典型级配曲线的最大粒径均为 50 mm，在式 (5) 表示的级配曲线上 $d=50\text{ mm}$ 对应 $P=100\%$ ；相反，式 (4) 表示的级配曲线在 $d=50\text{ mm}$ 时，对应 P 在不同的曲线上对应不同的值，对图 4 中的双曲线形(典型曲线 1)的级配曲线，对应 P 只有约 82%，误差较大。即利用式 (4) 在数学上无法求出最大粒径 d_{\max} ，这直接导致当 d 等于原始最大粒径时， P 并不等于 100%。

因此，若将式 (4) 应用到描述一般土体的级配曲线，具有一定的局限性，尤其对堆石料，因为经验表明，堆石料级配曲线多呈双曲线形。

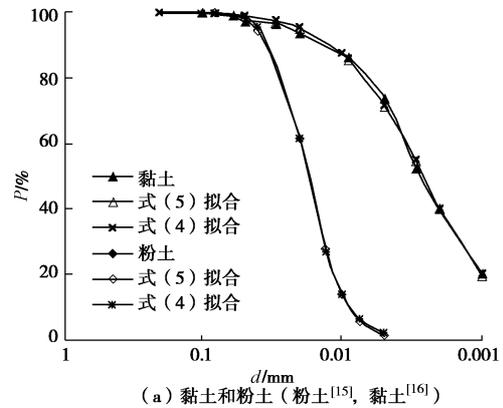
综上可得，本文提出的级配方程式 (5) 能够反映出不同形态的级配曲线，且能直观地表示出最大粒径，具有一定的优越性。

2 级配方程适用性的进一步验证

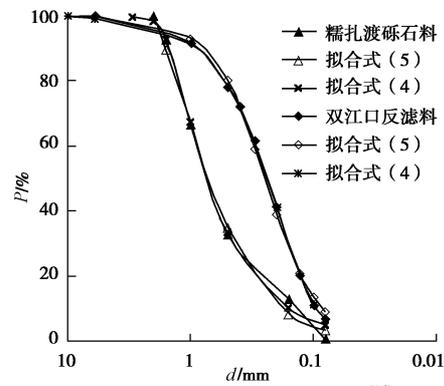
为进一步验证级配方程式 (5) 的适用性及优越性，分别用式 (4) 和式 (5) 对实际工程中应用的几种土料如粉土^[15]、黏土^[16]、砂土(标准砂^[17]；砂土 2^[16])和粗粒土^[3,6]的级配曲线进行了拟合，如图 6 所示。

图 5 中，对黏土、粉土，砂土 2 以及双江口反滤料，式 (4) 的拟合曲线与实际级配曲线吻合较好；而对靠近 $P=100\%$ 范围曲线近乎直线的级配，仅在中

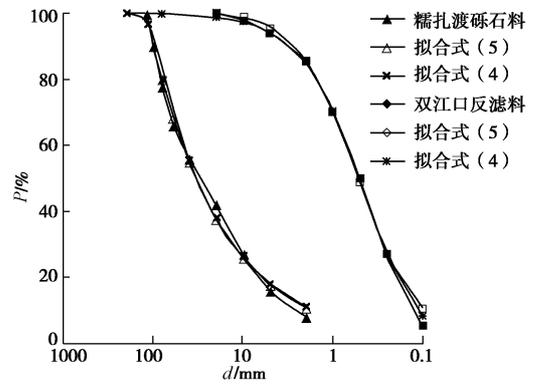
下部吻合较好，在靠近 $P=100\%$ 处出现偏差，而且不能得到最大粒径 d_{\max} ，只能近似估计；相反，无论哪种土，式 (5) 的拟合曲线都能够与实际级配曲线吻合较好。



(a) 黏土和粉土(粉土^[15]，黏土^[16])



(b) 砂土(标准砂^[17]，砂土 2^[16])



(c) 粗粒土(砾石料^[3]，反滤料^[6])

图 5 级配方程对不同土料的适用性验证

Fig. 5 Applicability of gradation equation for different soils

由此可见，式 (5) 对各种不同级配的土料都具有较好的拟合效果，即该方程具有广泛的适用性和明显的优越性。

在土石坝设计中，堆石料级配对其填筑密度十分重要，而且，由于它是人工爆破得到，多为连续级配。因此，如果用本文的级配方程来表示，无疑会带来极大方便。下面再对一般人工爆破堆石料级配参数的可能取值范围进行统计分析。为此，笔者整理了国内 3 座土石坝^[4-5,9]及国外 3 座土石坝^[18]的堆石料级配，并

用式 (5) 来表示, 如图 6 和图 7 所示。可以看出, 式 (5) 能很好地表示各堆石料级配。

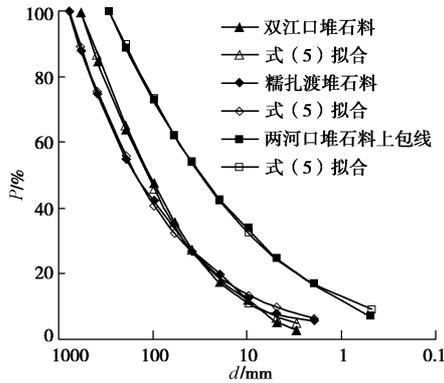


图 6 国内 3 座土石坝堆石料级配适用性验证
Fig. 6 Applicability of gradation equation for rockfill

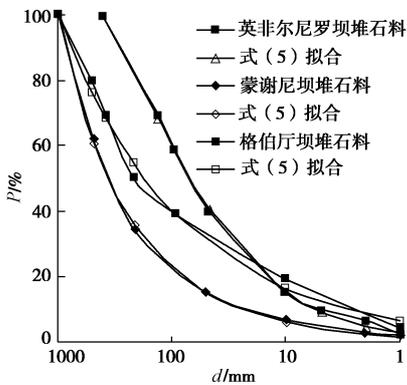


图 7 国外 3 座土石坝堆石料级配适用性验证
Fig. 7 Applicability of gradation equation for rockfill

为研究土石坝堆石料级配参数的取值, 整理出了 6 座土石坝堆石料的对应参数, 如表 1 所示。可以看出, 参数 b 的变化范围相对较大, 在 $-0.28 < b < 0.64$, 依据现有的 6 座坝的参数, 还难以判断更一般土石坝人工爆破料的级配参数 b 的范围。参数 m 的变化范围相对较小, 大致在 $0.45 \sim 0.75$ 之间。要得到土石坝堆石料的常见级配的参数范围, 还有待对更多堆石料级配的分析。可以初步预见, 堆石料的参数 b 和 m 的取值范围在 $b \sim m$ 平面上集中在一个常用的区域, 该区域的确定对于堆石料的工程力学性质研究、级配设计等方面都具有重要意义, 因此, 笔者将进一步研究, 相关研究将另文介绍。

表 1 几种堆石料拟合参数

Table 1 Parameters of several rockfill materials

堆石料	d_{max}/mm	b	m
双江口坝 ^[9]	600	0.568	0.722
糯扎渡坝 ^[5]	800	0.236	0.507
两河口坝(上包线) ^[4]	300	0.446	0.458
英非尔尼罗坝 ^[18]	400	0.643	0.754
蒙谢尼坝 ^[18]	1000	-0.284	0.559
格伯奇坝 ^[18]	1000	0.017	0.397

3 结 论

本文提出了一个适用于连续级配土的级配方程, 对其性质进行了初步分析, 并与前人的方程进行了比较, 同时验证了本文级配方程对多种土料实际级配的适用性。得出如下结论:

(1) 本文提出的级配方程可以描述双曲线形、反 S 形和近似直线等 3 种典型级配曲线形态, 且对于各种连续级配的土料都具有广泛的适用性

(2) 和 Swamee 提出的级配方程相比, 本文的级配方程有明显的优越性和更宽广的适用性。

(3) 对国内外几座土石坝堆石料级配的初步分析显示, 堆石料的级配参数 b 和 m 大致在 $-0.28 \sim 0.64$ 和 $0.45 \sim 0.75$ 范围。这仅仅是依据 6 座坝统计得到, 更一般的范围有待对更多堆石料的统计分析。

(4) 本文提出的级配方程对今后定量研究及表述土体级配对相关力学性质的影响十分重要, 它使得其定量表述成为可能。比如, 研究粗粒土级配对抗强度指标的影响时, 只要研究黏聚力及内摩擦角随 d_{max} , b 及 m 变化的定量关系, 如表示成 $c=f_c(d_{max}, b, m)$ 和 $\phi=f_\phi(d_{max}, b, m)$ 等形式。

参考文献:

[1] GB/T50145—2007 土的工程分类标准 [S]. 2007. (GB/T50145—2007 Standard for engineering classification of soil[S]. 2007. (in Chinese))

[2] OHM H S, SAHADEWA A, HRYCIW R D, et al. Sustainable soil particle size characterization through image analysis[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2013, 31(6): 1647 - 1652.

[3] 陈志波, 朱俊高, 王 强. 宽级配砾质土压实特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(3): 446 - 449. (CHEN Zhi-bo, ZHU Jun-gao, WANG Qiang. Compaction property of wide grading gravelly soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(3): 446 - 449. (in Chinese))

[4] 丁树云, 蔡正银, 凌 华. 堆石料的强度与变形特性及临界状态研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(2): 248 - 252. (DING Shu-yun, CAI Zheng-yin, LING Hua. Strength and deformation characteristics and critical state of rock fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(2): 248 - 252. (in Chinese))

[5] 古兴伟, 沈 蓉, 张永全. 复杂应力路径下糯扎渡堆石料应力-应变特征研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 27(增刊 1): 3251 - 3260. (GU Xing-wei, SHEN Rong, ZHANG

- Yong-quan. Study on stress-strain properties of rockfill materials under different stress paths in nuozhadu project[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(S1): 3251 - 3260. (in Chinese)
- [6] 邹玉华, 陈群, 何昌荣, 等. 不同应力条件下砾石土防渗料和反滤料联合抗渗试验研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(8): 2323 - 2329. (ZOU Yu-hua, CHEN Qun, HE Chang-rong, et al. Filter tests on gravelly soil and filter material under different stress states[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(8): 2323 - 2329. (in Chinese))
- [7] 王俊杰, 卢孝志, 邱珍锋, 等. 粗粒土渗透系数影响因素试验研究[J]. 水利水运工程学报, 2013(6): 16 - 20. (WANG Jun-jie, LU Xiao-zhi, QIU Zhen-feng, et al. Experimental studies on influence factors of permeability coefficients of coarse-grained soil[J]. Hydro-Science and Engineering, 2013(6): 16 - 20. (in Chinese))
- [8] 杜成斌, 孙立国, 江守燕, 等. 全级配混凝土梁动强度提高机理研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2012, **40**(3): 294 - 299. (DU Cheng-bin, SUN Li-guo, JIANG Shou-yan, et al. Dynamic strength enhancement mechanism of a fully-graded concrete beam[J]. Journal of Hohai University(Natural Sciences), 2012, **40**(3): 294 - 299. (in Chinese))
- [9] 朱俊高, 翁厚洋, 吴晓铭, 等. 粗粒料级配缩尺后压实密度试验研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(8): 2394 - 2398. (ZHU Jun-gao, WENG Hou-yang, WU Xiao-ming, et al. Experimental study of compact density of scaled coarse-grained soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(8): 2394 - 2398. (in Chinese)).
- [10] 李罡, 刘映晶, 尹振宇, 等. 粒状材料临界状态的颗粒级配效应[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(3): 452 - 457. (LI Gang, LIU Ying-jing, YIN Zhen-yu, et al. Grading effect on critical state behavior of granular materials[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(3): 452 - 457. (in Chinese))
- [11] 蒋明镜, 郑敏, 王闯, 等. 不同颗粒级配的某火山灰的力学性质试验研究[J]. 岩土力学, 2009, **30**(增刊 2): 64 - 66. (JIANG Ming-jing, ZHENG Min, WANG Chuang, et al. Experimental investigation on mechanical properties of a volcanic ash with different grain size gradations[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(S2): 64 - 66. (in Chinese))
- [12] FULLER W B, THOMPSON S E. The laws of proportioning concrete[J]. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1906, **57**(2): 67 - 143.
- [13] TALBOT A N, RICHART F E. The strength of concrete-its relation to the cement, aggregates and water[J]. Illinois Univ Eng Exp Sta Bulletin, 1923, **137**: 1 - 118.
- [14] SWAMEE P K, OJHA C S P. Bed-load and suspended-load transport of nonuniform sediments[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1991, **117**(6): 774 - 787.
- [15] YASUHARA K, MURAKAMI S, HAMZA M, et al. Effects of drainage on improving post-cyclic behaviour of non-plastic silt[C]//Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering: The Academia and Practice of Geotechnical Engineering. Alexandria, 2009: 171 - 174.
- [16] TÜRKMEN H K, ERGUN M U. Load sharing under 1-g model rigid piled rafts[C]// Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Alexandria, 2009: 490 - 494.
- [17] GB/T 17671—2005 水泥胶砂强度检验方法[S]. 2005. (GB/T 17671—2005 Strength test method for cement mortar[S]. 2005. (in Chinese))
- [18] 罗扎诺夫 H H. 土石坝[M]. 水利电力部黄河水利委员会科技情报站, 译. 北京: 水利电力出版社, 1986. (ROZANOV H H. Earth and rock-fill dam[M]. Science and Technology Information Station of the Yellow River Water Resources Committee of the Ministry of Water Resources and Electric Power, trans. Beijing: Conservancy and Electric Power Press, 1986. (in Chinese))