

DOI: 10.11779/CJGE201506009

基于颗粒流原理的岩石类材料细观参数的试验研究

丛宇^{1,2}, 王在泉³, 郑颖人², 冯夏庭¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071; 2. 后勤工程学院建筑工程系, 重庆 400041;
3. 青岛理工大学理学院, 山东 青岛 266033)

摘要: 材料的宏观力学特征与细观参数密切相关, 基于颗粒流原理探究两者间的定量相关性, 结合大理岩室内加、卸荷试验确定适用于岩石类材料(如大理岩)的细观参数, 为细观分析岩石类材料卸荷破坏机理提供依据。结果表明: ①平行黏结弹性模量是宏观弹性模量的主要控制因素, 两者之间呈线性关系; 泊松比与黏结弹性模量间呈多项式关系。材料弹性模量与泊松比的调试应以颗粒黏结弹性模量与平行黏结弹性模量作为主要对象。②平行黏结切向强度均值与平行黏结法向强度均值共同作用改变材料的应力-应变曲线, 平行黏结法向强度均值与峰值应力间呈多项式关系; 平行黏结切向强度均值与峰值应力间呈对数关系。③颗粒法向强度与切向强度之间的相对关系是裂纹分布多样化的本质原因: 平行黏结法向(切向)强度均值与其标准差的比值在1附近时, 岩样共轭破坏, 比值增大或减小均会引起模型破坏面向剪切转变, 同时平行黏结切向强度均值或其标准差增大会改变贯通性主破坏面的方向。④摩擦因数增加, 岩样次生破坏面减少, 但不会改变破坏面的方向。⑤大理岩室内试验的宏观力学特征表明通过正交设计试验可以得到基本合理的细观参数。

关键词: 颗粒流; 细观参数; 正交设计; 拉破坏; PFC

中图分类号: TU45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2015)06-1031-10

作者简介: 丛宇(1984-), 男, 山东威海人, 在读博士后, 研究方向为岩石力学及地下工程稳定性方面。E-mail: cuncin@163.com。

Experimental study on microscopic parameters of brittle materials based on particle flow theory

CONG Yu^{1,2}, WANG Zai-quan³, ZHENG Ying-ren², FENG Xia-ting¹

(1. Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 400041, China; 3. School of Science, Qingdao Technological University, Qingdao 266033, China)

Abstract: The macroscopic mechanical properties of materials are closely related to their microscopic parameters. The quantitative correlation between them is explored based on the theory of particle flow code. The microscopic parameters are confirmed through laboratory tests on marble under loading and unloading, which are suitable for brittle materials (such as marble), so as to provide the foundation for microscopic analysis of the unloading failure mechanism of brittle materials. The results show that: (1) Young's modulus of parallel-bond is the main controlling factor of macroscopic Young's modulus, and there is a linear relationship between them. Poisson's ratio is the polynomial function of Young's modulus of bond. The main objects of debugging materials of Young's modulus and Poisson's ratio are Young's modulus of parallel-bond and contact. (2) The joint action between the mean parallel-bond normal strength and shear strength influences the stress-strain curve of materials, and the mean parallel-bond normal strength is the polynomial function of the peak stress. The relationship between the mean parallel-bond shear strength and the peak stress is a log function one. (3) The essential reason for diversity of crack distribution is the relative relationship between normal strength and shear strength of particles: the failure type is conjugate damage when the ratio of the mean value of parallel-bond normal (shear) strength to the standard deviation is around 1; increase or decrease of the ratio causes the change from conjugate to shear damage, and increase of the mean value or standard deviation of parallel-bond shear strength causes the change of the direction of main failure surface. (4) The secondary failure surface of samples decreases with the increase of friction

基金项目: 国家自然科学基金项目(41372298, 11232024, 41320104005); 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2011CB013600)

收稿日期: 2014-10-17

coefficient, however, the direction of failure surface will not change. (5) The macroscopic mechanical properties of marble tests show that the basic reasonable microscopic parameters can be obtained through orthogonal tests.

Key words: particle flow; microscopic parameter; orthogonal test; tension shear failure; PFC

0 引言

岩石类材料破坏机理研究对力学理论、地下工程施工与地质灾害治理等方面都有非常重要的意义。基于非连续介质理论将岩石类材料离散成刚性颗粒组成的计算模型,运用数值试验手段的离散单元法从细观角度研究成为解决岩石类介质破坏机理的重要突破点^[1]。许多学者对此均作了有意义的探索:岩石损伤^[2-3]、卸荷冲击模型^[4-6]、节理岩体破坏机制^[7-11]等方面。上述研究突破了传统的连续介质力学研究材料力学行为的限制,但材料的细观与宏观力学特性并不是一一对应的,力学参数的合理确定一直是岩土工程研究的难点。颗粒间复杂多样的联接形式,造就了岩土体复杂的物理力学性质和宏观力学响应,由于当前测试技术的限制,岩土材料颗粒间的力学参数无法通过室内或现场试验准确测定;而通过预先设定参数、模型以及力学行为等的数值计算手段,成为重要的研究方向。

国外学者^[12-13]建立了黏性颗粒材料微观参数和宏观参数之间的定性关系。徐金明等^[14]将石灰岩离散成刚性颗粒组成的模型,详细介绍了细观参数的含义。尹成薇等^[15]基于颗粒流原理展开对砂土材料抗剪强度指标的宏-细观参数相关性研究;赵国彦等^[16]、徐小敏等^[17]利用数值分析的方法对平行黏结模型中部分细观参数(如颗粒半径比、颗粒刚度比等)对宏观变形参数的影响进行了研究;尹小涛等^[18]、陈建峰等^[19]、周博等^[20]利用单轴压缩或双轴数值试验展开颗粒间黏结强度与内摩擦角的研究;刘新荣等^[21]建立岩石强度参数与岩石断裂韧度关系的理论模型。

综上所述,岩土材料的宏细观参数力学响应规律值得探索,而由于室内试验和数值试验等研究方法、手段的限制,现有的相关研究成果多偏重于砂土类材料、偏重于定性研究,不多的岩石类材料定量研究侧重于颗粒黏结模型的某一方面,相应理论、概念还需要进一步的完善,因此本文建立离散元数值模型,从宏观力学特征(包括变形参数、应力-应变曲线以及破坏形式等)出发,以期得到岩土材料宏细观参数间的定量关系;同时结合大理岩室内三轴加、卸荷试验,尝试设计正交试验方案,提出适用于岩石类材料(如大理岩)力学分析的细观参数并验证,为卸荷破坏机理的细观分析提供依据。

1 试验方案

1.1 数值试验

数值试验在基于颗粒流计算理论的离散元软件 PFC^{2D} 上完成。为了能较好地反映类岩石材料的力学特征,颗粒间的接触本构采用平行黏结模型。

数值模型长 100 mm,宽 50 mm,通过建立“墙”,从而确定模型的边界。预先设定颗粒的最小半径 0.3 mm 与最大最小颗粒半径比 1.66,颗粒会在最大半径与最小半径之间随机生成,并通过半径扩大法来调整模型内的颗粒分布,如图 1。

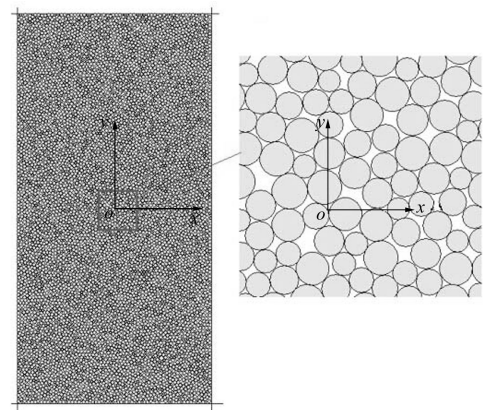


图 1 数值模型图

Fig. 1 Graph of numerical simulation

利用内嵌 Fish 语言通过伺服调节法控制模型的“墙体”运动,从而实现单轴和三轴的数值模拟试验。数值模型初始细观参数:颗粒-颗粒接触模量 E_c 为 20 GPa,颗粒刚度比 k_n/k_s 为 10,平行黏结弹性模量 \bar{E}_c 为 20 GPa,平行黏结刚度比 \bar{k}_n/\bar{k}_s 为 10,颗粒摩擦系数 μ 为 0.4,平行黏结半径乘子 $\bar{\lambda}$ 为 1,平行黏结法向强度均值 $\bar{\sigma}_c$ 为 60 MPa,平行黏结法向强度标准值 $\bar{\sigma}_{cs}$ 为 16 MPa,平行黏结切向强度均值 $\bar{\tau}_c$ 为 65 MPa,平行黏结切向强度标准差 $\bar{\tau}_{cs}$ 为 16 MPa。

1.2 室内试验取样

室内试验在 MTS815.02 型电液伺服岩石力学试验机上完成。试验用岩样同批次取自河南驻马店侵入岩体接触变质带上的大理岩,主要化学成分为 CaCO_3 ,质地细腻光滑,呈浅红色,颗粒细小均匀,粒径一般在 0.05~0.20 mm。按照工程岩体试验方法标准,在实验室内将大理岩岩样加工成直径 50 mm,高 100 mm 的圆柱体,并对试样两端面进行仔细研磨,不平行度为 $\pm 0.3\%$,如图 2 所示。

1.3 方案设计

岩石材料宏观力学特征的变化,伴随着材料的细观破坏,探究岩石材料的宏观力学响应,就要弄清相

应细观参数的演化规律, 因此从表征宏观力学特性的弹性模量、泊松比、应力 - 应变曲线以及破坏形式等因素出发, 结合颗粒连接参数, 通过细观参数的变化展开对岩石材料宏观力学特性影响的研究, 探讨岩石材料宏细观参数间的定量关系。Cundall^[22]、赵国彦等^[16]通过平行黏结模型的设定来模拟岩石的力学行为, 建立了宏细观参数间的定性计算公式:

$$\begin{cases} E = E_c \phi_E \left(\frac{k_s}{k_n}, \frac{L}{R}, \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right), \\ \nu = \phi_\nu \left(\frac{k_s}{k_n}, \frac{L}{R}, \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right), \\ \sigma_c = \sigma_{b,m} \phi_c \left(\frac{E_c}{\sigma_{b,m}}, \frac{\tau_{b,m}}{\sigma_{b,m}}, \mu, \frac{k_s}{k_n}, \frac{L}{R}, \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right). \end{cases} \quad (1)$$

式中 E 为模型弹性模量; ν 为模型泊松比; σ_c 为模型抗压强度; ϕ_E, ϕ_ν, ϕ_c 分别为弹性模量、泊松比与抗压强度的函数; $\sigma_{b,m}, \tau_{b,m}$ 为黏结法向与切向应力; L 为模型高度; R_{\max}/R_{\min} 为模型颗粒最大与最小半径比。本文结合现有研究成果及课题组对 PFC 的使用经验, 对上述公式进行修改, 进一步展开分析细观参数对宏观参数的影响, 具体见 2.1~2.4 节对应的细观参数分析部分。

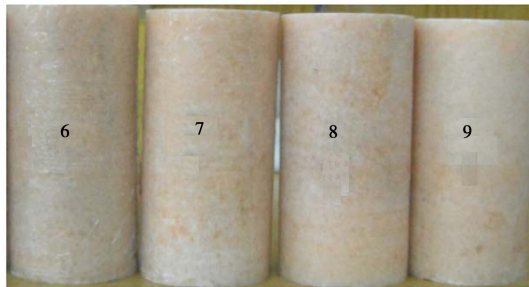


图 2 试验岩样
Fig. 2 Test samples

在宏细观参数相关性分析的基础上, 尝试设计正交设计方案, 将室内试验与数值试验相结合, 通过室内试验得到大理岩的真实宏观参数, 与模型数值模拟预计得到的宏观参数相对照, 从而适用于岩石类材料的细观参数。室内试验的具体路径如下:

(1) 常规三轴试验: 按静水压力条件施加围压至设定值 (10, 20, 30, 40 MPa); 保持围压不变, 以位移速度 0.003 mm/s 施加轴向应力至岩样破坏。

(2) 加轴压、卸围压试验: 按静水压力条件施加围压至设定值 (10, 20, 30, 40 MPa); 保持围压不变, 逐步提高轴向应力至岩样破坏峰值强度前 80% 处; 0.003 mm/s 逐步增加轴向应力的同时, 0.002 mm/s 逐步卸围压直至试样破坏。

2 宏细观参数间定量关系探讨

2.1 细观参数对变形参数的影响

从宏观角度来看, 弹性模量和泊松比是描述研究对象抵抗弹性变形能力的尺度, 可以衡量对象产生弹性变形的难易程度; 从微观角度看, 凡是影响键合强度的因素均会影响到弹性模量和泊松比。根据课题组经验及相关研究成果^[23-24], 初步得出 $E_c, \bar{E}_c, k_n/k_s, \bar{k}_n/\bar{k}_s, \bar{\lambda}$ 等细观参数对变形参数产生影响, 因此可将式 (1) 修改为

$$\begin{cases} E = \phi_E \left(\frac{k_n}{k_s}, \frac{\bar{k}_s}{\bar{k}_n}, \bar{\lambda}, \bar{E}_c, E_c \right), \\ \nu = \phi_\nu \left(\frac{k_n}{k_s}, \frac{\bar{k}_s}{\bar{k}_n}, \bar{\lambda}, \bar{E}_c, E_c \right). \end{cases} \quad (2)$$

假定 1.1 节中的参数值为初始参数值, 分别改变某一个参数而不改变其余参数, 比较参数变化对材料宏观力学特征的影响。结果如图 3。

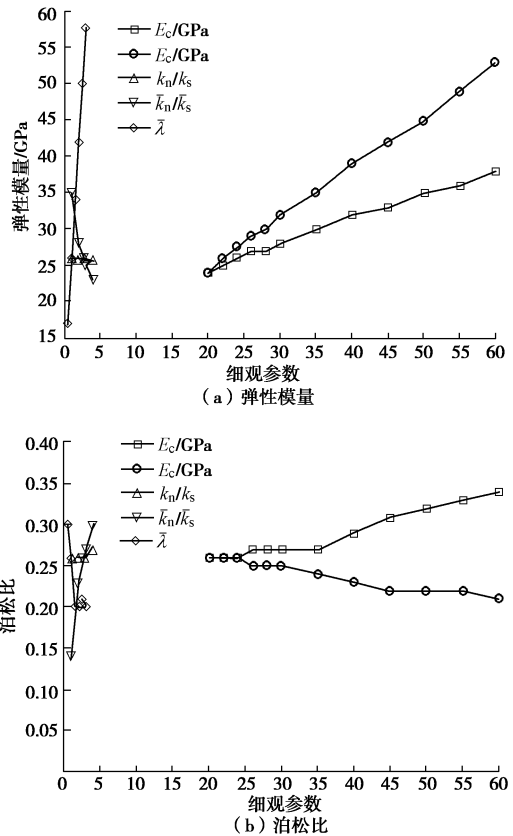


图 3 细观参数与材料变形强度的关系

Fig. 3 Relationship between microparameters and strength of deformation

图 3 中给出细观参数改变引起材料变形强度的变化规律。颗粒与颗粒间的接触模量 E_c 在 26~45 GPa 间变化时, 模型宏观弹性模量增长速率呈相对减小一相对增大一相对减小的规律, 总体呈线性增加; 模型

泊松比可以分为 4 个阶段： $E_c \leq 24$ GPa 时基本保持 0.26 不变； $24 \text{ GPa} < E_c \leq 35$ GPa 时保持 0.27 不变； $35 \text{ GPa} < E_c$ 后线性增加，但 $E_c = 45$ GPa 时增长速率降低。当 E_c 由 20 GPa 变为 60 GPa 增加 3 倍时，模型的宏观弹性模量从 24 GPa 变化到 38 GPa，增大 1.583 倍；泊松比从 0.26 增大到 0.34，增大 1.308 倍。

当平行黏结弹性模量 \bar{E}_c 同样增大 3 倍时，模型的宏观弹性模量基本呈线性增大，速率高于 E_c 对弹性模量的影响；泊松比则基本呈梯度减小， $\bar{E}_c < 45$ GPa 时的减小规律基本与 E_c 对泊松比的增大影响呈对称形， $45 \text{ GPa} \leq \bar{E}_c \leq 55$ GPa 时则基本保持 0.22 不变， $55 \text{ GPa} < \bar{E}_c$ 时则减小。从量值看，弹性模量从 24 GPa 变化到 53 GPa，增大 2.208 倍；泊松比反而减小，从 0.26 减小到 0.21，降低 0.808 倍。

当颗粒刚度比 k_n/k_s 逐渐增大初期时，宏观弹性模量与泊松比基本保持不变，分别为 26 GPa，0.26，比值增加到 4 倍时，才变化为 25.6 GPa，0.27。

当平行黏结刚度比 \bar{k}_n/\bar{k}_s 增大 4 倍，弹性模量呈幂函数的形式减小，从 35 GPa 减小到 23 GPa，减小了 0.66 倍；而泊松比则呈指数函数的形式增大，从 0.14 增大到 0.30，增大了 2.14 倍。

当平行黏结半径乘子 $\bar{\lambda}$ 从 0.5 增大到 3.0 时，弹性模量线性增大，增大了 3.39 倍；而 $\bar{\lambda}$ 增大到 1.5 时，泊松比由 0.3 减小到 0.2，之后 $\bar{\lambda}$ 的增长并不会引起泊松比的明显变化，只是在 0.2 附近跳动。

总体来说， k_n/k_s 变化不对模型的弹性模量产生影响； \bar{k}_n/\bar{k}_s 增加会引起弹性模量的降低，而 E_c 、 \bar{E}_c 及 $\bar{\lambda}$ 增加会引起模型弹性模量的明显增长，但其中 \bar{k}_n/\bar{k}_s 与 $\bar{\lambda}$ 的轻微变化会引起弹性模量过于明显的波动。

同样， k_n/k_s 变化基本不对模型的泊松比产生影响； \bar{k}_n/\bar{k}_s 与 E_c 增加会引起泊松比的增加，而 \bar{E}_c 以及 $\bar{\lambda}$ 增加会引起泊松比的明显减小，但其中 \bar{k}_n/\bar{k}_s 与 $\bar{\lambda}$ 的轻微变化会引起泊松比过于明显的波动。综合考虑，弹性模量与泊松比调整过程中建议 $\bar{\lambda}$ 不要轻易变化，可取固定值 1； \bar{k}_n/\bar{k}_s 需要变化时，尽量采用 0.01 作为变化的量值；以 E_c 与 \bar{E}_c 作为主要的调试对象。

E_c 和 \bar{E}_c 对宏观弹性模量的影响满足

$$E = 0.7028(\bar{E}_c) + 10.48 \quad (R^2 = 0.9987) \quad (3a)$$

$$E = 0.34(E_c) + 17.72 \quad (R^2 = 0.993) \quad (3b)$$

E_c 和 \bar{E}_c 对泊松比的影响满足：

$$\nu = -6 \cdot 10^{-10}(\bar{E}_c)^6 + 10^{-7}(\bar{E}_c)^5 - 10^{-5}(\bar{E}_c)^4 - 0.014(\bar{E}_c)^2 + 0.189(\bar{E}_c) - 0.768 \quad (R^2 = 0.99) \quad (4a)$$

$$\nu = 10^{-9}(E_c)^6 - 3 \cdot 10^{-7}(E_c)^5 - 2 \cdot 10^{-5}(E_c)^4 - 0.001(E_c)^3 + 0.027(E_c)^2 - 0.357(E_c) + 2.127 \quad (R^2 = 0.991) \quad (4b)$$

2.2 细观参数对应力 - 应变关系的影响

峰值应力为模型应力 - 应变曲线的主要特征之一。根据课题组经验及相关研究成果^[21-22]，讨论 E_c 、 \bar{E}_c 、 k_n/k_s 、 \bar{k}_n/\bar{k}_s 、 $\bar{\lambda}$ 、 $\bar{\sigma}_c$ 与 $\bar{\tau}_c$ 等参数对模型峰值应力的影响。对式 (1) 修改为

$$\sigma_{\max} = \sigma_{b,m} \phi_c \left(E_c, \bar{E}_c, \frac{k_n}{k_s}, \frac{\bar{k}_n}{\bar{k}_s}, \bar{\lambda}, \bar{\sigma}_c, \bar{\tau}_c \right) \quad (5)$$

由于不同细观参数的影响程度不同，放在同一量级中分析可能会掩盖部分有效的信息，因此部分细观参数单独进行分析，如图 4。

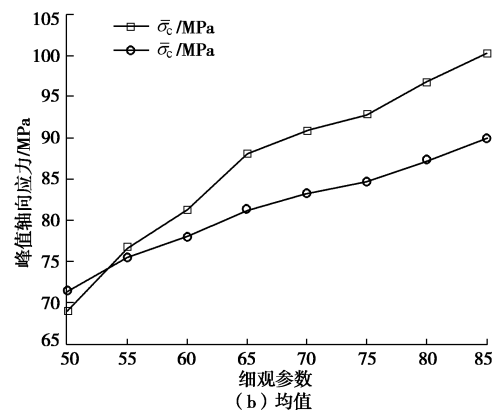
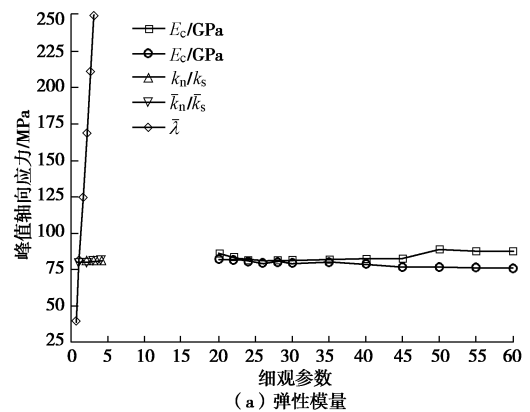


图 4 细观参数与峰值轴向应力的关系

Fig. 4 Relationship between mean value and peak of axial stress

图 4 (a) 中部分细观参数变化对模型峰值轴向应力的影响表明： E_c 、 \bar{E}_c 及 $\bar{\lambda}$ 增加会引起模型峰值轴向应力的明显变化： E_c 与 \bar{E}_c 增加到 3 倍时，峰值轴向应力分别增加 7 MPa 与减小 7 MPa 左右，而 $\bar{\lambda}$ 的轻微增长引起峰值轴向应力突变式的增长。 k_n/k_s 与 \bar{k}_n/\bar{k}_s 基本不影响模型的峰值轴向应力。

图 4 (b) 为均值细观参数对峰值应力的影响： $\bar{\sigma}_c$ 增加，模型的峰值轴向应力基本呈分段式增加，55，65，75 MPa 可以作为增长曲线的拐点；平行黏结切向强度均值 $\bar{\tau}_c$ 增加，峰值应力基本呈线性增加，在 65 MPa 时有轻微的波动，不影响总体的增加趋势。从量值看，当 $\bar{\sigma}_c$ 与 $\bar{\tau}_c$ 分别从 50 MPa 增大到 85 MPa 时，

峰值应力分别增加 1.45 倍和 1.26 倍。

总体来看, E_c , \bar{E}_c 对峰值轴向应力的影响过小, 而 $\bar{\lambda}$ 对峰值轴向应力的影响则过大, 因此建议通过调整 $\bar{\sigma}_c$ 与 $\bar{\tau}_c$ 达到对应力 - 应变曲线峰值的调整: 平行黏结法向强度均值 $\bar{\sigma}_c$ 对峰值应力的影响满足

$$\sigma_{\max} = -0.0139\bar{\sigma}_c^2 + 2.7321\bar{\sigma}_c - 32.052 \quad (R^2 = 0.9914) \quad (6)$$

平行黏结切向强度均值 $\bar{\tau}_c$ 对峰值应力的影响满足

$$\sigma_{\max} = 33.274 \ln \bar{\tau}_c - 58.166 \quad (R^2 = 0.9949) \quad (7)$$

2.3 细观参数对破坏形式的影响

岩石的微裂隙、自身强度、外部的应力环境等都会影响到试样的破坏形式, 而在数值模拟中, 试样模拟变得相对理想化, 根据前文的结果: 峰值应力的调整主要依据 $\bar{\sigma}_c$ 与 $\bar{\tau}_c$, 因此研究破坏形式主要考虑平行黏结法向 (切向) 强度均值与其标准差的比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\sigma}_{cs}$ ($\bar{\tau}_c/\bar{\tau}_{cs}$)、平行黏结法向强度均值与切向强度均值的比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 和平行黏结法向强度标准差与切向强度标准差的比值 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 的影响, 通过不同的组合系统地研究细观参数变化对岩样破坏形式的影响。下文裂纹分布图中黄色区域表示压剪破坏产生的裂纹, 而黑色区域表示拉破坏产生的裂纹。

(1) $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$

保持比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\sigma}_{cs}$ ($\bar{\tau}_c/\bar{\tau}_{cs}$) 不变, 保持比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\sigma}_{cs}$ 为 16/17.33, 同时减小比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 时岩样的裂纹分布如图 5 所示。

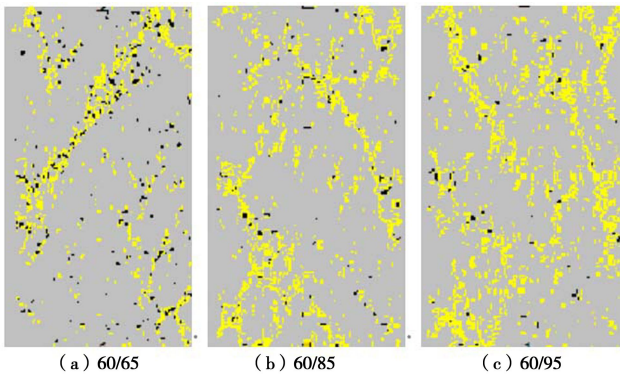


图 5 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 减小对破坏形式的影响

Fig. 5 Influence of decreasing $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ on failure modes

裂纹分布图 5 表明: $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c=60/65$ 时岩样裂纹分布呈现出明显的剪切破坏形式, 压剪破坏产生的裂纹形成主贯通破坏面, 拉破坏产生的裂纹在主贯通破坏面附近分布密度明显高于岩样其余部位。除主贯通破坏面外, 压剪破坏产生的裂纹主要分布在岩样模型的对角附近。

$\bar{\tau}_c$ 增加进而使 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 比值减小, 岩样内部的裂纹

仍然以压剪破坏产生的裂纹为主, 但裂纹的分布出现明显的变化: 贯通破坏面的方向发生改变, 直接表现出相反的特征: 贯通破坏面逐渐增多, 不再是唯一的, 因而最终可能会出现劈裂的破坏现象; 拉破坏产生的裂纹明显减少, 压剪破坏产生的裂纹分布密度增加, 压剪破坏成为裂纹产生的主因。

(2) $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 同时减小

保持比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\sigma}_{cs}$ ($\bar{\tau}_c/\bar{\tau}_{cs}$) 不变, $\bar{\sigma}_{cs}=16$ MPa 时, 同时减小 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$, 岩样的裂纹分布图如图 6。

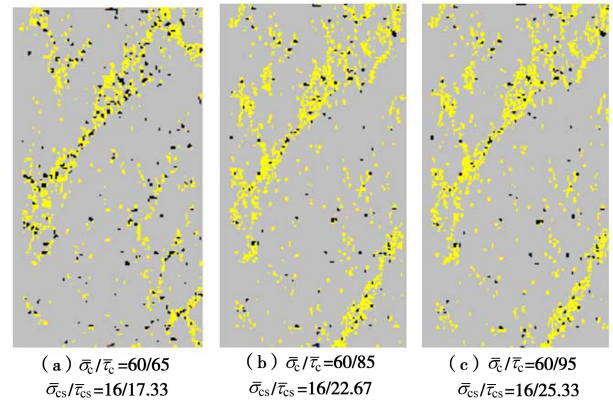


图 6 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 和 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 减小对破坏形式的影响

Fig. 6 Influence of decreasing $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ & $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ on failure modes

比值减小, 裂纹分布仍然呈现出剪切的破坏形式, 压剪破坏依然是裂纹产生的主要原因, 但拉破坏引起的裂纹分布逐渐减少; 同时贯通性的裂纹破坏面逐渐增多, 在岩样模型的端部出现次生的贯通破坏面。究其原因, 比值减小是由于 $\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 的增大引起的, 也就是说图 6 为法向应力一定时 (偏小), 切向应力增大引起的裂纹分布变化。

保持比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\sigma}_{cs}$ ($\bar{\tau}_c/\bar{\tau}_{cs}$) 不变, $\bar{\sigma}_{cs}=22$ MPa 时, 同时减小 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$, 岩样的裂纹分布图如图 7。

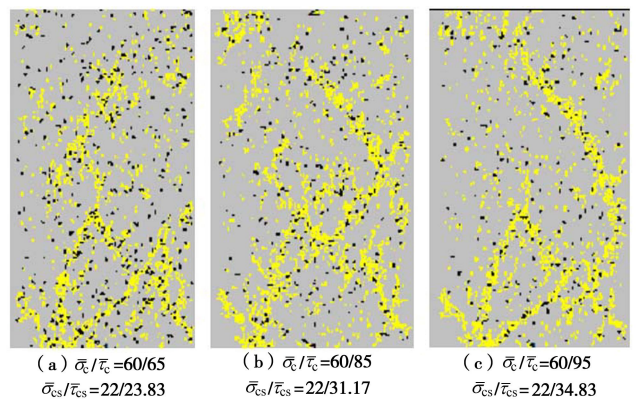


图 7 比值减小 ($\bar{\sigma}_{cs}$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 较高) 对裂纹分布的影响

Fig. 7 Influence of decreasing ratio on failure modes (high $\bar{\sigma}_{cs}$ & $\bar{\tau}_{cs}$)

比值高时如图 7 (a), 压剪破坏产生的裂纹出现

多条贯通破坏面,但对角的剪切型破坏面并没有贯通,贯通的破坏面主要在岩样模型的端部;拉破坏产生的裂纹在模型内部基本均匀分布,没有集中或者贯通。比值减小,压剪破坏产生的裂纹破坏面逐渐向与原有破坏面对称的方向发展,破坏面逐渐贯通形成贯通性的主破坏面,如图7(c)所示,同时拉破坏产生的裂纹逐渐减小,分布密度大大降低。

对比图7与图6,后者中压剪破坏与拉破坏产生的裂纹分布密度均明显高于前者,尤其是拉破坏产生的裂纹;压裂纹产生的主贯通面方向对称;后者的次生裂纹破坏面多余前者。这主要是因为 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 的比值相同,但图7中 $\bar{\sigma}_{cs}$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 较高。

(3) $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 同时增加

保持比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\sigma}_{cs}$ ($\bar{\tau}_c/\bar{\tau}_{cs}$)不变,比值增加的裂纹分布如图8。

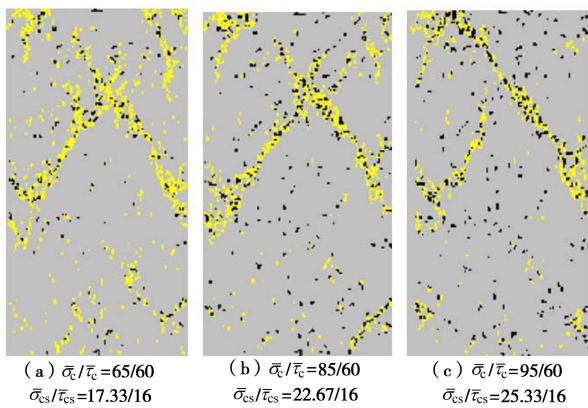


图8 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 和 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 增大的影响

Fig. 8 Influence of increasing $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ & $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ on failure modes

压剪破坏产生的裂纹呈共轭型破坏,形成贯通破坏面,拉破坏产生的裂纹主要集中在贯通破坏面附近。比值增大,压剪破坏的裂纹逐渐由共轭型向单剪型转变;拉破坏的裂纹呈明显增多的趋势,贯通破坏面呈现更加集聚的现象。也就是说法向强度与切向强度比值一定时岩样会出现共轭破坏,而如果法向强度均值增加,岩样的破坏形式由共轭破坏向单剪破坏转变,同时拉破坏所占的比重逐渐升高。

总体来看,压剪破坏产生的裂纹是岩样破坏的主要原因,而岩样的破坏形式主要由法向强度与切向强度之间的相对关系决定:比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 在1附近(如分别为65/60, 17.33/16)时,岩样破坏呈共轭破坏; $\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_{cs}$ 增大导致比值较高或者 $\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 增大导致比值较小时均会引起模型破坏面向剪切转变;同时 $\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_{cs}$ 减小或者 $\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 减小均会引起拉破坏产生的裂纹减少,改变拉剪裂纹的分布。

2.4 摩擦因数对宏观性质的影响

细观参数调整分析过程中,摩擦因数 μ 不仅影响

材料的宏观参数,还影响材料的破坏形式,为更好地分析 μ 对宏观特征的影响,将其单独分析。 μ 变化时,相应宏观参数的具体数值如表1。

表1 摩擦系数的影响

Table 1 Influence of friction coefficient			
μ	弹性模量/GPa	泊松比	峰值应力/MPa
0.1	23.41	0.290	68.68
0.2	24.42	0.280	73.02
0.3	25.41	0.269	77.25
0.4	26.11	0.264	81.60
0.5	26.78	0.256	84.38

如表1中所示, μ 增加,岩样模型的弹性模量与峰值应力基本呈线性增加的趋势,而泊松比则表现为线性减小的趋势。从量值来看, μ 增加0.4,弹性模量增加3.37 GPa;泊松比减小0.034;峰值应力增加15.7 MPa。宏观参数的增长趋势与相应量值表明,在 μ 参数选取调整过程中,主要考虑其对峰值应力的影响,弹性模量与泊松比的变化量较小。

进一步分析 μ 的影响,表1中 μ 增加使得模型材料弹性模量和峰值应力逐渐增加和泊松比逐渐减小,表明 μ 增加会提高材料的强度。图9给出对应模型破坏的裂纹分布: μ 很小(0.1)时,模型在顶部出现压剪破坏裂纹的贯通性破坏面,并且在模型对称面附近出现多条压裂纹形成的次生破坏面;裂纹分布以压剪破坏产生的裂纹为主,拉破坏产生的裂纹主要依附在压裂纹破坏面上。 μ 增加,模型的贯通破坏面由模型的角端沿模型的对角线发展,没有改变破坏面的方向;模型裂纹分布以压裂纹形成的主贯通破坏面为主,次生裂纹破坏面裂纹分布明显减少,拉破坏裂纹略微增加。

总体来看,峰值应力与 μ 之间基本呈线性关系; μ 增加会使贯通性破坏面向对角线发展,但不会改变破坏面的方向。

3 大理岩加、卸荷试验验证

3.1 颗粒流细观参数确定

前文系统地研究了细观参数对模型宏观力学特性的影响,给出单个细观参数与宏观特征间的量化关系。由于颗粒流模型中细观参数交叉影响的不确定性,即使给出多个细观参数与特征间的量化关系,也并不可靠,但单个参数间的量化关系可以为参数的选取提供规律性的指导。

鉴于此,采用正交设计的方法,结合大理岩加、卸荷试验,计算寻找出最优组合的大理岩细观参数。基本步骤如下:

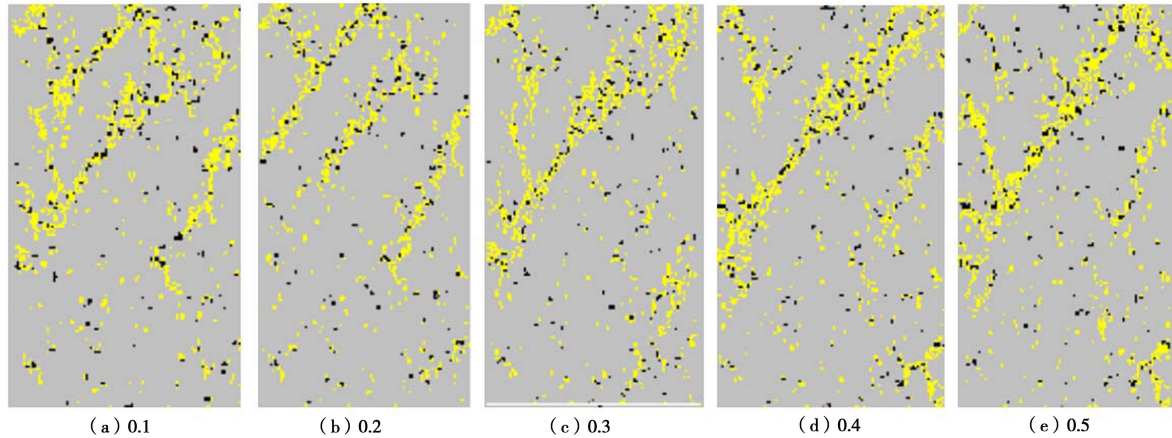


图 9 摩擦系数与破坏形式的关系

Fig. 9 Relationship between friction coefficient and failure mode

表 2 细观参数的正交设计表

Table 2 Orthogonal design schemes of microparameters

方案	E_c/GPa	\bar{E}_c/GPa	k_n/k_s	\bar{k}_n/\bar{k}_s	μ	$\bar{\sigma}_c/\text{MPa}$	$\bar{\sigma}_{cs}/\text{MPa}$	$\bar{\tau}_c/\text{MPa}$	$\bar{\tau}_{cs}/\text{MPa}$
1	18	19	1.25	1.25	0.2	55.0	12	57.5	14
2	18	20	1.50	1.50	0.3	57.5	13	60.0	15
3	18	21	1.75	1.75	0.4	60.0	14	62.5	16
4	18	22	2.00	2.000	0.5	62.5	15	65.0	17
5	18	23	2.25	2.25	0.6	65.0	16	67.5	18
...
61	25	23	2.00	1.75	0.7	72.5	12	60.0	20
62	25	24	1.75	2.00	0.6	70.0	13	57.5	21
63	25	25	1.50	1.25	0.9	67.5	14	65.0	18
64	25	26	1.25	1.50	0.8	65.0	15	62.5	19

(1) 确定试验指标

将大理岩室内试验的宏观力学特征作为正交设计试验的衡量指标: 弹性模量 E 、泊松比 ν 、黏聚力 c 、内摩擦角 φ 、峰值轴向应力以及破坏形式等;

(2) 挑选因素, 选取水平, 进行表头设计

依据前文宏-细观参数影响的研究, 选定基本影响因素, 并初步确定影响模型宏观力学特性的细观参数区间, 由于部分因素的影响规律呈非线性, 因此每种因素细化为 8 种水平, 从而确定九因素八水平的因素水平表, 进而依据正交设计原理, 确定 $L_{64}(8^9)$ 的正交设计表, 部分如表 2 所示。

(3) 试验并分析

依据上述正交设计表进行颗粒流模拟试验, 以 6 种指标结合的形式来描述试验结果, 通过方差分析公式确定各因素对试验指标的影响程度, 进而确定合理的细观因素组合。

由于颗粒流模拟结果的离散性, 初次正交设计确定的可能只是细观参数区间 (即通过方差分析确定最

优的两组细观参数组合, 从而确定参数区间)。在参数区间内再次进行二次正交设计试验, 直至满足试验指标要求。正交设计试验确定的细观参数: 颗粒-颗粒接触模量为 23 GPa, 颗粒刚度比为 2.63, 平行黏结弹性模量为 25 GPa, 平行黏结刚度比为 2.73 GPa, 颗粒摩擦系数为 0.4, 平行黏结半径乘子为 1, 平行黏结法向强度均值为 60 MPa, 平行黏结法向强度标准差为 16 MPa, 平行黏结切向强度均值为 70 MPa, 平行黏结切向强度标准差为 16 MPa。

3.2 大理岩宏观力学特征验证

结合大理岩室内加、卸荷试验, 对比颗粒流数值模拟与室内试验的宏观力学特性, 具体如下:

(1) 强度参数

大理岩常规三轴与加轴压、卸围压路径试验的具体结果如表 3。

表 3 为室内试验与数值试验的具体宏观力学数值。 E 误差为 0.8%, ν 差值为 0.02。常规三轴试验 c 误差为 1.7%, φ 误差为 0.8%, 不同围压下的峰值轴向

应力最大误差也仅为 0.9%。同时加轴压、卸围压试验 c 误差为 0.7 MPa, φ 误差为 2%, 不同卸荷初始围压的峰值轴向应力误差最大为 3 MPa。

表 3 室内试验与数值模拟结果

宏观力学指标	围压 /MPa	室内试验		数值试验	
		常规三轴	加轴压卸围压	常规三轴	加轴压卸围压
E/GPa	—	27.17	27.17	27.39	27.39
ν	—	0.20	0.20	0.22	0.22
c/MPa	—	28.74	27.44	28.25	26.71
$\varphi/(\text{°})$	—	21.84	17.42	22.02	17.08
峰值轴向应力 /MPa	10	110.00	94.09	109.00	93.60
	20	133.00	110.43	132.00	107.00
	30	149.00	130.74	150.00	129.00
	40	169.00	149.14	169.00	147.00

加轴压、卸围压的误差略微高于常规三轴, 但总体来看, 常规三轴路径与加轴压、卸围压路径试验的误差还是比较小的, 具体的数据表明 3.1 节中的细观参数是可信的。

(2) 应力 - 应变曲线

图 10 为围压 10 MPa 下常规三轴路径数值模拟与室内试验的应力 - 应变曲线。两条应力 - 应变曲线很接近, 但还是存在着一定的区别:

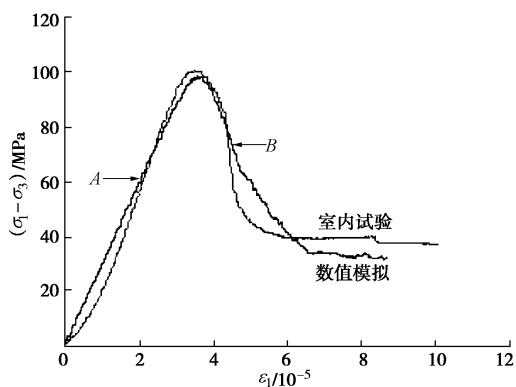


图 10 室内试验和数值模拟的应力 - 应变曲线

Fig. 10 Stress-strain curves of experiment and numerical simulation

OA 段, 岩样由压密阶段进入弹性段: 实际岩样内部总存在的微裂隙会影响岩样的强度变化, 因而室内试验曲线呈非线性增长; 而颗粒流生成的模型相对比较理想, 且试验前对模型内颗粒进行重生成压密, 施加了内部压力, 颗粒间相互接触比较均匀, 因而数值试验的应力 - 应变曲线偏于线性增长, 增长斜率微小于室内试验。 B 点以后, 室内试验的岩样破坏更趋向于突发破坏, 岩样的强度迅速降低, 而数值试验则

相对稳定些。

总体来看, 数值模拟与室内试验曲线并非一模一样而是存在一定的区别, 但总体规律以及关键参数是一致的, 因而颗粒流模拟作为辅助手段有利于室内试验的机理分析, 可以说前文确定的细观参数是有效的。

(3) 破坏形式

10 MPa 围压加荷试验的破坏形式如图 11。室内试验岩样破坏呈剪切破坏, 沿一条 61° 左右的主破坏面破坏, 主破坏面存在滑移区域 (如图 11 (a) 中椭圆处); 在主破坏面附近存在多条裂隙。而数值试验同样存在一条贯通性的主破坏面, 角度在 62° 左右, 与室内试验近似; 破坏面主要由压剪破坏形成, 拉破坏基本存在于压剪破坏面附近, 有多条次要破坏面与主破坏面相连接, 分布区域与室内试验相近。常规三轴试验的破坏形式表明现有细观参数用于加荷数值试验模拟是可靠的。

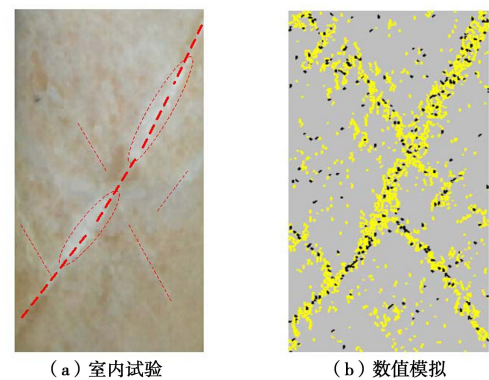


图 11 常规三轴试验的破坏形式

Fig. 11 Failure modes of conventional triaxial tests

10 MPa 围压卸荷试验的破坏形式如图 12。室内试验岩样破坏呈剪切破坏, 沿一条 51° 左右的主破坏面破坏, 破坏面干净窄小表明破坏干脆没有破坏面的滑动摩擦, 除端部外基本没有次要破坏面。而数值试验同样存在一条贯通性的主破坏面, 角度在 55° 左右, 与室内试验近似; 破坏面主要由压剪破坏形成, 卸围压条件下贯通破坏面处压剪破坏裂纹狭小, 没有图 11 中明显的分布区域, 与室内试验符合; 拉破坏同样存在于压剪破坏面上, 在试样其它部位分布很少。加轴压、卸围压条件下室内试验与数值试验的结果还是比较接近的。

总体来看, 通过对大理岩室内试验与颗粒流数值模拟得到的宏观力学特征对比分析, 有效验证了颗粒流数值模拟的有效性, 前文得到的宏-细观参数间的影响规律及将正交设计方法应用于颗粒流细观参数确定的方法是准确可靠的。

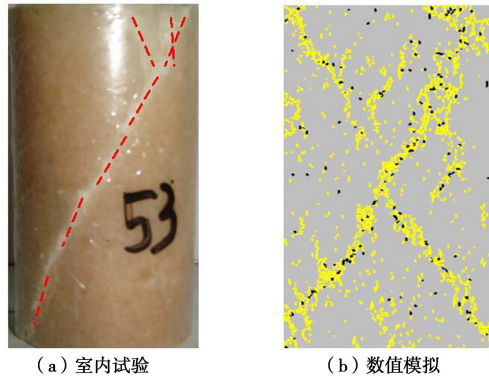


图 12 加轴压、卸围压试验的破坏形式

Fig. 12 Failure modes of loading and unloading confining pressure

4 结 论

从宏观力学特征出发,通过大量的 PFC 数值模拟和室内试验,建立岩石类材料宏观力学特征与细观参数之间的定量关系,得到以下 6 点结论。

(1) E_c , \bar{E}_c 增加会引起模型弹性模量的明显增长, \bar{E}_c 是宏观弹性模量的主要控制因素,两者之间呈线性关系。

(2) \bar{k}_n/\bar{k}_s 与 E_c 增加会引起泊松比过于明显的增加,而 \bar{E}_c 增加会引起泊松比的明显减小。泊松比与黏结弹性模量间呈多项式关系。弹性模量与泊松比调试过程中建议 $\bar{\lambda}$ 不要轻易变化,可取固定值 1; \bar{k}_n/\bar{k}_s 需要变化时,尽量采用 0.01 作为变化的量值;以 E_c 与 \bar{E}_c 作为主要的调试对象。

(3) E_c , \bar{E}_c 以及 $\bar{\lambda}$ 增加会引起模型峰值轴向应力的明显变化。 k_n/k_s 与 \bar{k}_n/\bar{k}_s 基本不影响模型的峰值轴向应力。 $\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_c$ 共同作用改变材料的应力-应变曲线, $\bar{\sigma}_c$ 与峰值应力间呈多项式关系; $\bar{\tau}_c$ 与峰值应力间呈对数关系。

(4) 从模型裂纹分布来看,压剪破坏产生裂纹是岩样破坏的主要原因,而颗粒法向强度与切向强度之间的相对关系是裂纹分布多样化的本质原因:比值 $\bar{\sigma}_c/\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\sigma}_{cs}/\bar{\tau}_{cs}$ 在 1 附近(如分别为 65/60, 17.33/16)时,岩样破坏呈共轭破坏; $\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_{cs}$ 增大导致比值较高或者 $\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 增大导致比值较小时均会引起模型破坏面向剪切转变, $\bar{\tau}_c$ 或 $\bar{\tau}_{cs}$ 增大会改变贯通性主破坏面的方向,满足一定组合时模型甚至会出现劈裂现象;同时 $\bar{\sigma}_c$, $\bar{\sigma}_{cs}$ 减小或者 $\bar{\tau}_c$ 与 $\bar{\tau}_{cs}$ 减小均会引起拉破坏产生的裂纹减少,改变拉剪裂纹的分布。

(5) 峰值应力与 μ 之间基本呈线性关系; μ 增加模型的次生破坏面减少,但不会改变破坏面的方向。

(6) 基于颗粒流模型宏-细观参数相关性分析,尝试通过合理的正交设计试验得到岩石类材料的细观

参数,通过室内大理岩常规三轴加荷试验以及加轴压、卸围压试验验证表明文中给出的细观参数基本是可靠的,可以为下一步卸荷破坏机理的细观研究提供依据。

参考文献:

- [1] 朱焕春. PFC 及其在矿山崩落开采研究中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(9): 1927 - 1931. (ZHU Huan-chun. PFC and application case of caving study[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(9): 1927 - 1931. (in Chinese))
- [2] 周健, 杨永香, 刘洋, 等. 循环荷载下砂土液化特性颗粒流数值模拟[J]. 岩土力学, 2009, 30(4): 1083 - 1088. (ZHOU Jian, YANG Yong-xiang, LIU Yang, et al. Numerical modeling of sand liquefaction behavior under cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(4): 1927 - 1931. (in Chinese))
- [3] BILLAUX D, DEDECKER F, CUNDALL P. A novel approach to studying rock damage: the three-dimensional adaptive continuum/discontinuum code[J]. Rock Engineering, 2004: 723 - 728.
- [4] 杜鹏. 二维颗粒流程序 PFC^{2D} 特点及其应用现状综述[J]. 安徽建筑工业学院学报, 2009, 17(5): 68 - 70. (DU Juan. The overview of characteristics and applications of PFC^{2D}[J]. Journal of Anhui Institute of Architecture & Industry, 2009, 17(5): 68 - 70. (in Chinese))
- [5] AN B. A study of energy loss during rock impact using PFC^{2D}[D]. Ed Manton: Department of Civil and Environmental Engineering, 2006.
- [6] 吴顺川, 周喻, 高斌, 等. 卸荷岩爆试验及 PFC^{3D} 数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(增刊 2): 4082 - 4088. (WU Shun-chuan, ZHOU Yu, GAO Bin, et al. Study of unloading tests of rock burst and PFC^{3D} numerical simulation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(S2): 4082 - 4088. (in Chinese))
- [7] 杨庆, 刘元俊. 岩石类材料裂纹扩展贯通的颗粒流模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增刊 1): 3123 - 3129. (YANG Qing, LIU Yuan-jun. Simulations of crack propagation in rock-like materials using particle flow code[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(S1): 3123 - 3129. (in Chinese))
- [8] 刘顺桂, 刘海宁, 王思敬, 等. 断续节理直剪试验与 PFC^{2D} 数值模拟的分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(9): 1828 - 1836. (LIU Shun-gui, LIU Hai-ning, WANG Si-jing, et al. Direct shear tests and PFC^{2D} numerical simulation of intermittent joints[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics

- and Engineering, 2008, **27**(9): 1828 - 1836. (in Chinese))
- [9] 孟云伟, 柴贺军. 颗粒流离散元在滑坡运动过程模拟中的应用[J]. 岩土力学, 2006, **27**(增刊 2): 348 - 352. (MENG Yun-wei, CHAI He-jun. Application of particle flow code to simulation of movement of landslide[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(S2): 348 - 352. (in Chinese))
- [10] CAI M, KAISER P K, MARTIN C D. Quantification of rock mass damage in underground excavation from microseismic event monitoring[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 2001, **38**: 1135 - 1145.
- [11] CAI M, KAISER P K, TASAKA Y, et al. Peak and residual strengths of jointed rock mass and their determination for engineering design[J]. Rock Mechanics, 2007: 259 - 267.
- [12] HUANG H Y. Discrete element modeling of tool rock interaction[D]. Minnesota: University of Minnesota, 1999.
- [13] NARDIN A, SCHREFLER B A. Modelling of cutting tool soil interaction part II: macromechanical model and upscaling[J]. Computer Mechanics, 2005, **36**(5): 343 - 359.
- [14] 徐金明, 谢芝蕾, 贾海涛. 石灰岩细观力学特性的颗粒流模拟[J]. 岩土力学, 2010, **31**(增刊 2): 390 - 395. (XU Jin-ming, XIE Zhi-lei, JIA Hai-tao. Simulation of mesomechanical properties of limestone using particle flow code[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(S2): 390 - 395. (in Chinese))
- [15] 尹成薇, 梁冰, 姜利国. 基于颗粒流方法的砂土宏-细观参数关系分析[J]. 煤炭学报, 2011, **36**(增刊 2): 264 - 267. (YIN Cheng-wei, LIANG Bing, JIANG Li-guo. Analysis of relationship between macro-micro-parameters of sandy soil based on particle flow theory[J]. Journal of China Coal Society, 2011, **36**(S2): 264 - 267. (in Chinese))
- [16] 赵国彦, 戴兵, 马驰. 平行黏结模型中细观参数对宏观特性影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(7): 1491 - 1498. (ZHAO Guo-yan, DAI Bing, MA Chi. Study of effects of microparameters on macroproperties for parallel bonded model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(7): 1491 - 1498. (in Chinese))
- [17] 徐小敏, 凌道盛, 陈云敏, 等. 基于线性接触模型的颗粒材料细-宏观弹性常数相关关系研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **32**(7): 991 - 998. (XU Xiao-min, Ling Dao-sheng, CHEN Yun-min, et al. Correlation of microscopic and macroscopic elastic constants of granular materials based on linear contact model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **32**(7): 991 - 998. (in Chinese))
- [18] 尹小涛, 李春光, 王水林, 等. 岩土材料细观、宏观强度参数的关系研究[J]. 固体力学学报, 2011, **32**: 343 - 351. (YIN Xiao-tao, LI Chun-guang, WANG Shui-lin, et al. Study on relationship between micro-parameters and macro-parameters of rock and soil material[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011, **32**: 343 - 351. (in Chinese))
- [19] 陈建峰, 李辉利, 周健, 等. 黏性土宏细观参数相关性研究[J]. 力学季刊, 2010, **31**(2): 304 - 309. (CHEN Jian-feng, LI Hui-li, ZHOU Jian, et al. Study on the relevance of macro-micro parameters for clays[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2010, **31**(2): 991 - 998. (in Chinese))
- [20] 周博, 汪华斌, 赵文锋, 等. 黏性材料细观与宏观力学参数相关性研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(10): 3171 - 3178. (ZHOU Bo, WANG Hua-bin, ZHAO Wen-feng, et al. Analysis of relationship between particle mesoscopic and macroscopic mechanical parameters of cohesive materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(10): 3171 - 3178. (in Chinese))
- [21] 刘新荣, 傅晏, 郑颖人, 等. 颗粒流细观强度参数与岩石断裂韧度之间的关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(10): 2084 - 2089. (LIU Xin-rong, FU Yan, ZHENG Ying-ren, et al. Relation between meso-parameters of particle flow code and fracture toughness of rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(10): 2084 - 2089. (in Chinese))
- [22] CUNALL P A. Formulation of a three-dimensional distinct element model: I a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1988, **25**(3): 107 - 116.
- [23] Itasca Consulting Group Inc. PFC^{2D} particle flow code in 2 dimensions: fish in PFC^{2D}[M]. Minneapolis: Minnesota, 2004.
- [24] Itasca Consulting Group Inc. PFC^{2D} particle flow code in 2 dimensions: theory and background[M]. Minneapolis: Itasca Consulting Group Inc, 2004.