

DOI: 10.11779/CJGE201411013

土在全含水率范围内持水及非饱和渗透特性的模型描述

张 昭¹, 刘奉银^{1*}, 张国平²

(1. 西安理工大学岩土工程研究所, 陕西 西安 710048; 2. 麻省大学阿姆斯特分校土木及环境工程系, 美国 阿姆斯特 01003)

摘 要: 传统的持水及非饱和渗透系数模型在较高含水率范围预测较好, 而在较低含水率范围预测较差。一方面引入分界点将用体积含水率表示的持水曲线分为毛细阶段和吸附阶段, 当土比分界点干燥时假定残余体积含水率与基质吸力的关系, 改进 Van Genuchten 模型在较低体积含水率范围的适用性, 将其推广至全体积含水率范围。另一方面, 引入修正系数改进表征等径球体颗粒集合体内薄膜流动的非饱和渗透系数模型, 并将非饱和渗透系数表示为毛细流动和薄膜流动对其贡献之和, 以实现其在全体积含水率范围内从毛细流动到薄膜流动的光滑过渡。最后利用已有文献中 6 种壤土在较高、较低体积含水率范围内的持水以及非饱和渗透试验结果验证了修正持水及非饱和渗透系数模型的准确性, 结果表明: 这 2 种修正模型在全体积含水率范围内较传统模型的预测效果更好。

关键词: 非饱和土; 持水特性; 渗透特性; 全含水率范围; 完全干燥

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 4548(2014)11 - 2069 - 09

作者简介: 张 昭(1983 -), 男, 陕西西安人, 博士, 讲师, 主要从事非饱和土水力特性的研究工作。E-mail: zhangzhao@xaut.edu.cn。

Models for water retention and unsaturated permeability in full range of water content

ZHANG Zhao¹, LIU Feng-yin^{1*}, ZHANG Guo-ping²

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Massachusetts Amherst, Amherst 01003, USA)

Abstract: The existing models for water retention and unsaturated permeability are successful at higher water contents but often give poor results at lower water contents. The water retention curve can be divided into capillary and adsorption segments by a dividing point, where the residual volumetric water content is assumed to vary with the matric suction, which can improve the applicability of Van Genuchten model to range of lower volumetric water content, and further extend it to the full range of volumetric water content. In addition, a permeability model for film flow in an even spherical particle assembly is modified by introducing a correction factor. The total unsaturated permeability is then considered to be the sum of those due to capillary and film flows. The two modified models are then verified using the test data of water retention and unsaturated permeability at higher and lower volumetric water contents for six loams in the existing literatures. The results show that the two modified models match the measurements of water retention and unsaturated permeability better than the traditional models in the full range of volumetric water content.

Key words: unsaturated soil; water retention behavior; permeability behavior; full range of water content; complete dryness

0 引 言

土的持水及非饱和渗透特性可分别用持水曲线(亦称土水特征曲线)与非饱和渗透系数模型描述,前者表示基质吸力 ψ (土中水相的土水势)与湿度(体积含水率 θ_w 、重量含水率 w 或饱和度 S_r)的关系,后者表示基质吸力或湿度与非饱和渗透系数 k_w 的关系,这2者的模型描述是非饱和土水力特性的重要问题。土壤学和岩土工程领域的学者们从土样的持水及非饱和渗透试验结果出发,利用试验分析和理论推导

等手段较为系统地研究了持水及非饱和渗透特性的模型描述。

关于持水特性,主要有6种模型:①经验模型, Gardner^[1]、Van Genuchten^[2]以及Huang等^[3]在分析了不

基金项目: 国家自然科学基金项目(41402258, 41372304); 陕西省黄土力学与工程重点实验室重点科研计划项目(11JS070); 西安理工大学优秀博士学位论文研究基金项目(106211103)

收稿日期: 2014 - 03 - 31

*通讯作者

同种土的持水试验规律后提出 (Huang在文献[3]中详述了Brooks等于1964年发表的研究成果); ②半经验模型, Fredlund等^[4]、Kosugi^[5-6]以及Hwang等^[7]结合不同种土的孔隙尺寸统计规律与相应的持水试验规律后提出; ③理论模型, Frydman等^[8]基于Baker等^[9]提出的黏土表面吸附水分原理, 提出的模型考虑了土类的影响; 栾茂田等^[10]、李顺群^[11]、杨松^[12]、Yang等^[13]、张昭等^[14]以等径球体颗粒集合体为研究对象, 提出的模型分别考虑了基质吸力有效作用面积、固—液接触角以及边界滞回特性的影响; ④考虑孔隙比和应力的模型, 文献[15]总结了学者们以持水曲线的控制参数(进气值 ψ_{aev} 、减湿率 λ 及残余体积含水率或饱和度, θ_r 或 S_{r})为研究“桥梁”, 通过引入孔隙比的影响对传统模型(如Van Genuchten模型^[2]和Fredlund等提出的模型^[4])的改进; 陈正汉等^[16]、黄海等^[17]、方祥位等^[18]以及张昭等^[15]提出了考虑净平均应力、偏应力以及应力引起孔隙比变化影响的持水模型; ⑤基于颗粒级配曲线的统计预测模型, Fredlund等^[19]、Aubertin等^[20]以及Chiu等^[21]利用对土较易测定的颗粒级配曲线提出了预测持水曲线的统计模型; ⑥低含水率范围的模型, 第①~⑤类持水模型对较高含水率范围的持水试验结果预测较好, 而对较低含水率范围(如体积含水率 $\theta_w \leq$ 残余体积含水率 θ_r)的试验结果预测较差, 为此, Campbell等^[22]改进了Van Genuchten模型^[2]对低体积含水率范围实测数据的预测精度; Rossi等^[23]提出了2个持水模型以拟合从饱和到完全干燥的全体积含水率范围实测数据; Fayer等^[24]和Khlosi等^[25]引入在全对数坐标系内与基质吸力 ψ 呈线性关系的变量来替换常残余体积含水率, 分别改进Van Genuchten^[2]和Kosugi^[5-6]提出的持水模型在较低体积含水率范围内的适用性。

关于非饱和和渗透特性, 主要有5种模型: (I) 经验模型, Lobbezoo等^[26]、Taibi等^[27]、刘奉银等^[28-29]在分析了不同种土的非饱和和渗透数据规律后提出; (II) 宏观模型, Mualem^[30]和Zou^[31]用圆柱形毛细管模拟土孔隙时提出的模型不仅可与持水模型结合, 还考虑了水分黏滞系数的影响; (III) 分形模型, 徐永福等^[32]和Cihan等^[33]采用分形几何原理描述土的孔隙分布后提出; (IV) 电导率模型, Doussan等^[34]将土壤溶液的电导率与非饱和和渗透系数建立关系; (V) 模拟低含水率范围内薄膜流动模型, 由文献[35]可知, 非饱和土中的水分包括毛细水(较高含水率范围)和吸附水(较低含水率范围)(图1), 毛细水以毛细流动的方式在土中迁移, 吸附水以薄膜流动的方式在土中迁移。第(I)~(IV)类模型均模拟了较高含水率范围内

水分的毛细流动, 而未考虑对较低含水率范围内水分的薄膜流动模拟, 为此, Tuller等^[36]提出了模拟薄膜和拐角流动的非饱和和渗透系数模型; Peters等^[37]提出了模拟薄膜流动的简化模型, 可与Mualem^[30]模拟毛细流动的模型结合; Tokunaga^[38]结合Langmuir在1938年提出的薄膜模型建立了等径球体颗粒集合体内薄膜流动的非饱和和渗透系数模型。

第⑥类持水模型及第(V)类非饱和和渗透系数模型虽改进了对低含水率范围内持水及非饱和和渗透试验结果的预测, 但要么需重新拟合实测数据, 无法实现较高与较低含水率范围内持水曲线及非饱和和渗透系数模型的光滑过渡; 要么数学形式复杂, 无法与传统持水模型结合, 无法模拟初始体积含水率 $\theta_w^i <$ 残余体积含水率 θ_r 的土样入渗过程、地表干土层的蒸发过程或土样在有热源处的干燥过程。

为此, 一方面引入分界点将持水曲线(用体积含水率表示)分为2个阶段, 当土比分界点干燥时假定残余体积含水率与基质吸力的关系, 改进较高体积含水率范围内广泛应用的传统Van Genuchten模型^[2]在较低体积含水率范围内的适用性, 将其推广至全体积含水率范围; 另一方面, 引入修正系数改进Tokunaga^[38]提出的模拟薄膜流动的非饱和和渗透系数模型, 并综合考虑毛细流动和薄膜流动对非饱和和渗透的贡献。最后利用已有文献中6种壤土的持水以及非饱和和渗透试验结果验证表征全体积含水率范围内持水及非饱和和渗透特性的修正模型的准确性。

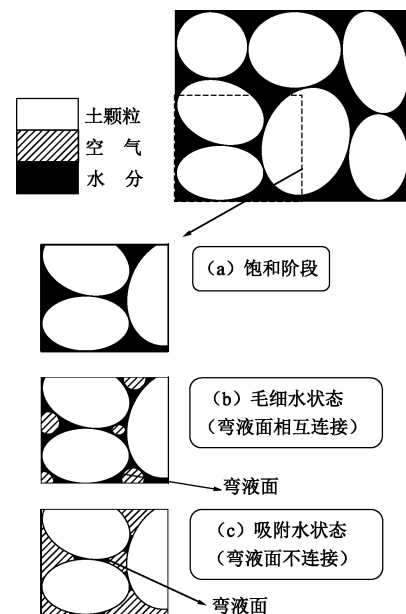


图1 土中水分的存在状态(从饱和至非饱和)

Fig. 1 Saturation states for water in soils (from saturated to unsaturated)

1 全含水率范围内持水特性的模型描述

1.1 表征较高含水率范围内持水特性的传统模型

土在较高含水率范围内的持水特性可选取广泛应用的 Van Genuchten 模型^[2] (下文简称 VG 模型), 该模型用有效饱和度 S_r^e ($S_r^e = (\theta_w - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$, 其中 θ_w 为体积含水率, θ_r 为残余体积含水率, θ_s 为饱和体积含水率) 表示为:

$$S_r^e(\psi) = [1 + (\alpha\psi)^n]^{-m} \quad (1)$$

式中 α 表示与进气值有关的拟合参数 (kPa^{-1}), n 表示与减湿率有关的拟合参数, $m = 1 - 1/n$ 。该模型亦可用体积含水率 θ_w 表示为

$$\theta_w(\psi) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)[1 + (\alpha\psi)^n]^{-m} \quad (2)$$

1.2 建立表征全含水率范围内持水特性的修正模型

用体积含水率 θ_w 表示的传统 VG 模型 (即式 (2)) 如图 2 (a) 所示。由该模型可知, 无论基质吸力达到何值, 体积含水率 θ_w 均不会低于残余体积含水率 θ_r , 这不符合热力学定律。如图 1 所示, 非饱和土中的水分包括毛细水和吸附水, 而吸附水在较高含水率下仍存在, 故可将持水曲线分为毛细阶段和吸附阶段 (图 2 (b)), 这 2 个阶段分界点的坐标分别称为阈值基质吸力 ψ_c 和阈值体积含水率 θ_c 。当土的体积含水率 θ_w 高于 θ_c 时, 水分主要以毛细流动的方式迁移, 此时的持水曲线可用传统 VG 模型描述; 当土的体积含水率 θ_w 低于 θ_c 时, 水分主要以薄膜流动的方式迁移, 此时需改进传统 VG 模型。

由图 2 (b) 可假定: 当基质吸力 ψ 大于 ψ_c 时, 残余体积含水率 θ_r 不再为常参数, 而在半对数坐标系内与基质吸力 ψ 呈线性关系, 即 $\theta_r(\psi) = k_1 + k_2 \ln \psi$, 由图 2 (b) 可知: $\theta_r(\psi = \psi_c) = \theta_r^{\text{VG}}$ 和 $\theta_r(\psi = \psi_{\text{max}}) = 0$, 据此可求出待定参数 k_1 和 k_2 , 故可联合 $\psi = \psi_{\text{max}}$ 和 $\psi \leq \psi_c$ 时的 2 种极端情况得到全基质吸力 (或体积含水率) 范围内 θ_r 与 ψ 的分段关系:

$$\theta_r(\psi) = \begin{cases} \theta_r^{\text{VG}} & (\psi \leq \psi_c) \\ \frac{\ln(\psi_{\text{max}}/\psi)}{\ln(\psi_{\text{max}}/\psi_c)} \theta_r^{\text{VG}} & (\psi_c < \psi < \psi_{\text{max}}) \\ 0 & (\psi = \psi_{\text{max}}) \end{cases} \quad (3)$$

式中, θ_r^{VG} 表示传统 VG 模型的残余体积含水率, 完全干燥点处的 $\psi_{\text{max}} \approx 10^6 \text{ kPa}$ 。修正的有效饱和度 S_r^{e*} 可表示为

$$S_r^{e*} = \frac{\theta_w - \theta_r(\psi)}{\theta_s - \theta_r(\psi)} \quad (4)$$

则将式 (1) 中的 S_r^e 替换为 S_r^{e*} (即将式 (2) 中的 θ_r 替换为 $\theta_r(\psi)$) 可得到全体积含水率范围的修正 VG 模型:

$$\theta_w(\psi) = \theta_r(\psi) + [\theta_s - \theta_r(\psi)][1 + (\alpha\psi)^n]^{-m} \quad (5)$$

当 $\psi \leq \psi_c$ 时, 式 (5) 可退化为传统 VG 模型。

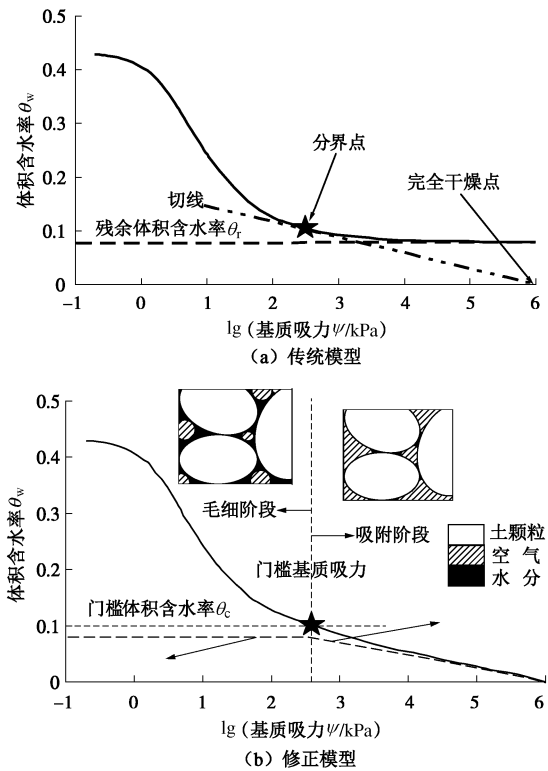


图 2 传统和修正的 VG 模型描述的持水曲线(用 θ_w 表示)及 θ_r 与 ψ 的关系

Fig. 2 Water retention curves (denoted by θ_w) described by traditional and modified VG model and relations between θ_r and ψ

1.3 阈值基质吸力和阈值体积含水率的确定

如上节所述, 持水曲线可在分界点 (阈值基质吸力 ψ_c , 阈值体积含水率 θ_c) 处分为毛细阶段和吸附阶段。由文献[38]可知, Fisher 于 1926 年推导出较密实排列的等径球体颗粒集合体 (用 3 个等径球体颗粒组成的三角形排列描述, 使这 3 个颗粒相互接触以产生较小的孔隙比) 的阈值基质吸力 $\psi_c \approx 9.1\sigma/d_m$ (σ 表示水分的表面张力 (N/m), d_m 表示颗粒集合体的平均粒径 (mm)), 以划分孔隙内弯液面相连接 (毛细阶段) 与不连接 (吸附阶段) 2 种水分形态。该研究表明阈值基质吸力 ψ_c 与平均粒径 d_m 成反比, 然而, 确定光滑等径球体颗粒集合体 ψ_c 的这种推广至实际土材料尚需进一步研究。

这里通过毛细阶段和吸附阶段的持水曲线在分界点处的斜率连续条件来确定分界点。由图 2 (a) 可知, 毛细阶段和吸附阶段间分界点处的切线也通过完全干燥点 ($\psi_{\text{max}}, 0$)。为便于数学计算可引入新变量 Ψ , 令 $\Psi = \ln \psi$, 则 $\Psi_{\text{max}} = \ln \psi_{\text{max}}$, $\psi_c = \ln \psi_c$, 故持水模型可表示为 $\theta_w(\Psi)$ 。 $\theta_w(\Psi)$ 曲线上分界点处的切线斜率 s 可通过毛细阶段的 $\theta_w(\Psi)$ 对 Ψ 求得得到

$$s = -nm(\theta_s - \theta_r^{\text{VG}})\alpha^n e^{n\Psi_c} / (1 + \alpha^n e^{n\Psi_c})^{m+1} \quad (6)$$

由于该切线亦通过完全干燥点, 则其斜率亦可由 $s = \theta_c / (\Psi_c - \Psi_{\max})$ 确定, 而 θ_c 又满足式 (2), 则有

$$s = [\theta_r^{\text{VG}} + (\theta_s - \theta_r^{\text{VG}})(1 + \alpha^n e^{n\Psi_c})^{-m}] / (\Psi_c - \Psi_{\max}) \quad (7)$$

联立式 (6)、(7) 可得关于 Ψ_c 的非线性方程, 采用 MATLAB 数值分析软件编程算得 Ψ_c , 随后可由 $\psi_c = \exp(\Psi_c)$ 和式 (2) 算得门槛基质吸力 ψ_c 和门槛体积含水率 θ_c 。

2 全含水率范围内非饱和和渗透特性的模型描述

为准确确定全体积含水率范围内的非饱和渗透系数, 需综合考虑水分的毛细流动和薄膜流动。如图 1 所示, 在较高体积含水率范围内薄膜流动对水分总流动的贡献很小, 在较低体积含水率范围内毛细流动对水分总流动的贡献很小, 故需将毛细流动和薄膜流动对非饱和和渗透的贡献分开讨论。

2.1 表征毛细流动对非饱和和渗透贡献的传统模型

选取较高体积含水率范围内广泛应用的 Mualem 模型^[30] (用有效饱和度 S_r^e 表示):

$$k_w^{\text{毛细}}(S_r^e) = k_s(S_r^e)^L \left[\int_0^{S_r^e} (\psi^{-1} dS_r^e) / \int_0^1 (\psi^{-1} dS_r^e) \right]^2 \quad (8)$$

式中, $k_w^{\text{毛细}}$ 表示毛细流动产生的非饱和和渗透系数 (m/s), L 表征土孔隙的连通性和弯曲度, VG 模型描述的持水曲线可通过式中的有效饱和度 S_r^e 引入。

在定义式 (4) 中的修正有效饱和度 S_r^{e*} 后, 毛细流动产生的非饱和和渗透系数可通过传统模型 (即式 (8)) 联立修正 VG 模型求得 $k_w^{\text{毛细}}$ 与 S_r^{e*} 的关系:

$$k_w^{\text{毛细}}(S_r^{e*}) = k_s(S_r^{e*})^L \{1 - [1 - (S_r^{e*})^{n/(n-1)}]^{1-1/n}\}^2 \quad (9)$$

需注意在土的全体积含水率范围内, 对修正和传统 VG 模型, $k_w^{\text{毛细}}$ 与 ψ 的关系均相同。

2.2 表征薄膜流动对非饱和和渗透贡献的修正模型

引入考虑土材料类型 (如颗粒的形状和表面粗糙度等) 的修正系数 f 使 Tokunaga^[38] 对等径球体颗粒集合体提出的模拟薄膜流动的非饱和和渗透系数模型适用于实际非饱和土:

$$k_w^{\text{薄膜}}(\psi) = f k_s^{\text{薄膜}}(\psi + 2\sigma/d_m)^{-1.5} \quad (10a)$$

且

$$k_s^{\text{薄膜}} = b(1 - \phi)\sqrt{d_m} \quad (10b)$$

$$b = (4\pi^2 \rho_w g / \eta) [\varepsilon \varepsilon_0 / (2d_m)]^{1.5} [k_B T / (za)]^3 \quad (10c)$$

式中 b 为无量纲常数; $k_s^{\text{薄膜}}$ 为薄膜流动对饱和和渗透系数的贡献 (m/s); ϕ 为孔隙率; ρ_w 为水的密度 (g/cm³); η 为水的黏滞系数 (Pa·s); $\varepsilon = 78.54$ 为水的无量纲相对介电常数; $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²/J/m 为自由空间的介电常数; $k_B = 1.381 \times 10^{-23}$ J/K 为 Boltzmann 常数; T 为绝对温度 (K); z 为无量纲离子电荷数; 通常假定 $z = 1$; $a = 1.602 \times 10^{-19}$ C 为电子电荷; g 为重

力加速度 (m/s²)。当上述常数已知时, 可确定温度为 20 °C 时 $b = 7.649 \times 10^{-10}$ m^{0.5}/s。

当 $f = 1$ (即等径球体颗粒集合体) 时, 需知孔隙率和平均粒径即可确定 $k_w^{\text{薄膜}}$ 和 $k_s^{\text{薄膜}}$ 。例如, 砂土试样 ($d_m = 0.1$ mm 且 $\phi = 0.35$) 的 $k_s^{\text{薄膜}} = 5.0 \times 10^{-12}$ m/s; 粉土试样 ($d_m = 0.01$ mm 且 $\phi = 0.35$) 的 $k_s^{\text{薄膜}} = 1.6 \times 10^{-12}$ m/s, 均比 $k_s^{\text{毛细}}$ 小多个数量级, 表明薄膜流动在饱和条件下对水分总流动的贡献比毛细流动小很多。然而, 当土非常干燥时, 薄膜流动对水分总流动的贡献比毛细流动大很多。虽然 Tokunaga^[38] 提出的模型仅用于 $\psi > \psi_c$ 范围的干燥土, 但当 $\psi \leq \psi_c$ 时薄膜流动相较于毛细流动虽微小但吸附水仍存在, 因此可将式 (10) 应用于全体积含水率范围。

2.3 建立表征全含水率范围内非饱和和渗透特性的组合模型

将毛细流动和薄膜流动对非饱和和渗透的贡献 (即式 (9) 和 (10)) 求和以确定表征非饱和和渗透特性的组合模型 $k_w(\psi)$:

$$k_w(\psi) = k_w^{\text{毛细}}(\psi) + k_w^{\text{薄膜}}(\psi) \quad (11)$$

需要注意的是, 当土的 ψ 接近 ψ_c 时, 将这 2 种流动对非饱和和渗透系数贡献叠加得到的总渗透系数 k_w 可能会比真实值偏大, 但当 $\psi \neq \psi_c$ 时, 由于水分的一种流动相较另一种流动对非饱和和渗透系数的贡献均很小, 因此这 2 部分渗透系数叠加产生的误差可忽略。这种叠加描述的组合模型可实现非饱和和渗透系数模型在全体积含水率范围内从毛细流动到薄膜流动的光滑过渡。

3 模型的验证与讨论

利用已有文献中 6 种壤土在较高、较低体积含水率范围 (较低、较高基质吸力范围) 内的持水及非饱和和土渗透试验结果来验证修正的持水及非饱和和渗透系数模型 (表 1)。要求其基质吸力范围至少超过 1500 kPa, 因为该值一般为压力板仪的基质吸力量测上限, 而传统 VG 模型也适用于预测低于该基质吸力范围的持水实测数据。

表 1 已有文献中 6 种壤土的持水及非饱和和渗透试验简介

Table 1 Test data of water retention and unsaturated permeability

| for six loams in existing literatures | | |
|---------------------------------------|-----------------------|----------|
| 土名 | 基质吸力范围/kPa | 文献 |
| 粉质壤土 | 0~2.0×10 ⁴ | [36, 37] |
| 黏质壤土 | 0~2.0×10 ⁴ | [36, 37] |
| 砂质壤土 | 0~2.0×10 ⁴ | [36, 37] |
| Gilat 壤土 | 0~1.5×10 ⁴ | [36, 37] |
| Adelanto 壤土 | 0~2.5×10 ⁵ | [39] |
| Pachappa 壤土 | 0~3.1×10 ⁵ | [39] |

需注意: 由文献[39]可知, 较低体积含水率范围内测定的非饱和和渗透系数相较于其它范围的数据因存在水蒸气等因素的影响而可能存在不确定性。

3.1 表征全体积含水率范围内持水特性的修正模型的试验验证

修正VG模型无需引入新参数, 因为门槛含水率 θ_c 和门槛基质吸力 ψ_c 均可由传统模型参数算出, 传统VG模型参数可用 $\psi \leq \psi_c$ 的实测数据拟合确定, 并在拟合过程中令 $\theta_r \geq 0$, 剩余的实测数据用于验证修正VG模型。参数 θ_s 可直接由实测数据确定, 而VG模型的参数 α , n , θ_r^{VG} 可通过与实测数据拟合确定。用传统模型拟合的优点在于拟合参数均可用于传统模型和修正模型。

利用这6种壤土的实测数据拟合的持水模型参数、确定的门槛基质吸力和门槛体积含水率如图3所示。同一组参数(即 θ_s , α , n 和 θ_r^{VG}) 均可用于传统和修正的持水模型以及模拟毛细流动的非饱和渗透系数模型。这6种壤土的门槛体积含水率在0.014(砂质壤土)~0.178(Adelanto壤土)范围内变化, 大于相应的 θ_r^{VG} 变化范围(0.007~0.158), 而门槛基质吸力在51(Gilat壤土)~40060 kPa(粉质壤土)范围内变化。

对6种壤土用传统和修正的VG模型预测的持水曲线及实测数据亦如图3所示。对 Gilat、Adelanto 和 Pachappa 壤土, 修正模型显著改进了对较低体积含水率范围内实测数据的吻合度(如图3(a)、(e)、(f)所示)。当 $\psi \leq \psi_c$ 时, 修正模型和传统模型相同, 而当 $\psi > \psi_c$ 时, 传统模型预测的体积含水率 θ_w 恒为 θ_r^{VG} , 修正模型预测的 θ_w 随 ψ 增大而由 θ_c 减小至零。譬如, 由图3(a)可知, 当 $\psi \leq 51$ kPa 时, 传统和修正的VG模型均可很好地预测 Gilat 壤土的持水曲线, 而当 $\psi > 51$ kPa 时, 传统模型预测的体积含水率在0.1~0.106间变化, 与实测数据偏差较大。修正模型预测的 θ_w 随 ψ 增大而由0.106减小至零, 与实测数据比较吻合。对粉质、黏质和砂质壤土, 其残余体积含水率为零或接近零, 因此传统模型和修正模型间差异很小。体积含水率预测值和实测值的误差可用均方根误差RMSE描述(图3)。对比修正模型和传统模型的RMSE发现: 修正模型对Gilat、Adelanto和Pachappa壤土的RMSE较传统模型减小了57%~82%, 而这2种模型对粉质、黏质和砂质壤土的RMSE相同。由此可见, 修正VG模型适用于 $\theta_r^{VG} = 0.077 \sim 0.158$ 的土样, 对 $\theta_r^{VG} \approx 0$ 的土样, 传统VG模型即可满足预测精度的要求。

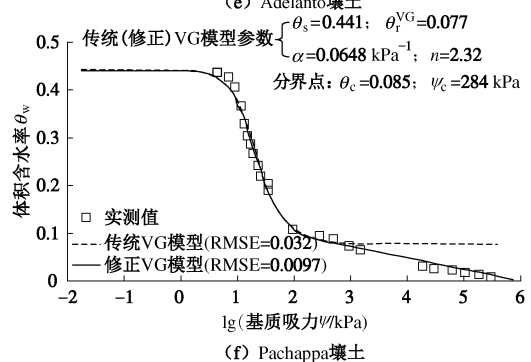
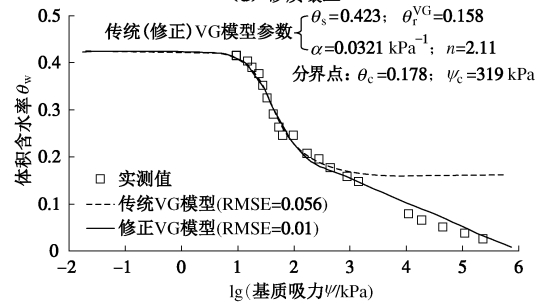
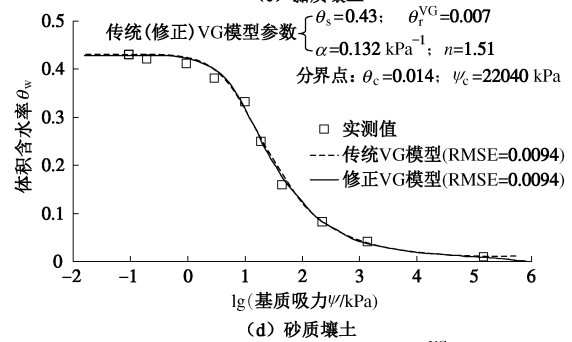
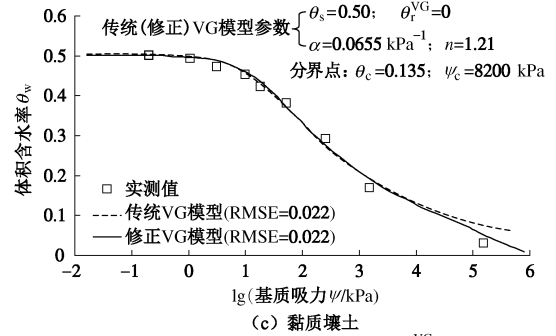
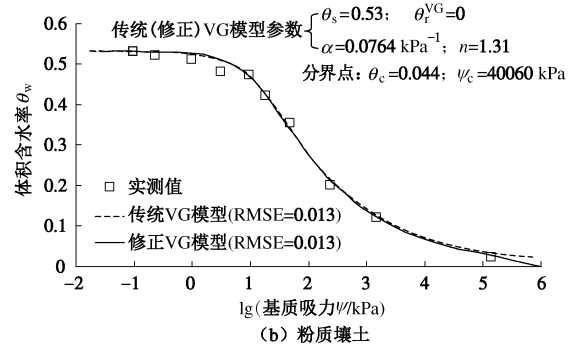
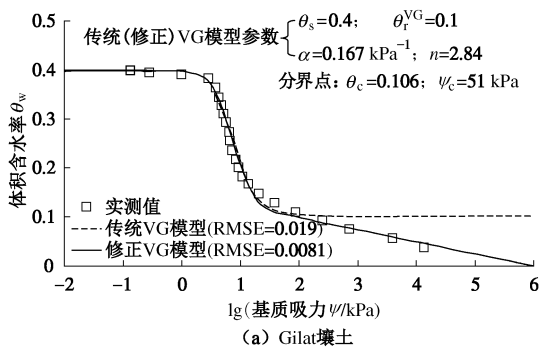


图 3 6 种壤土的持水实测数据与传统、修正 VG 模型的预测曲线(实测数据引自文献[36]、[37]、[39])

Fig. 3 Soil-water characteristic data versus predicted curves by traditional and modified VG models for six loams (test data from Literature[36], [37] and [39])

3.2 表征全体积含水率范围内非饱和渗透特性的修正(组合)模型的试验验证

当持水模型参数确定后, θ_c 和 ψ_c 不能直接用修正模型拟合 $k_w(\theta_w)$ 或 $k_w(\psi)$ 实测数据, 故需用 $\psi \leq 1500$ kPa 范围内的 $k_w(\theta_w)$ 或 $k_w(\psi)$ 实测数据拟合确定参数 k_s 和 L 。在确定 k_s 后, 可通过重新整理 Carman^[40] 提出的修正 Kozeny 模型确定平均粒径 d_m :

$$d_m = [(1-\phi)/\phi] \sqrt{180\eta k_s / (\rho_w g \phi)} \quad (12)$$

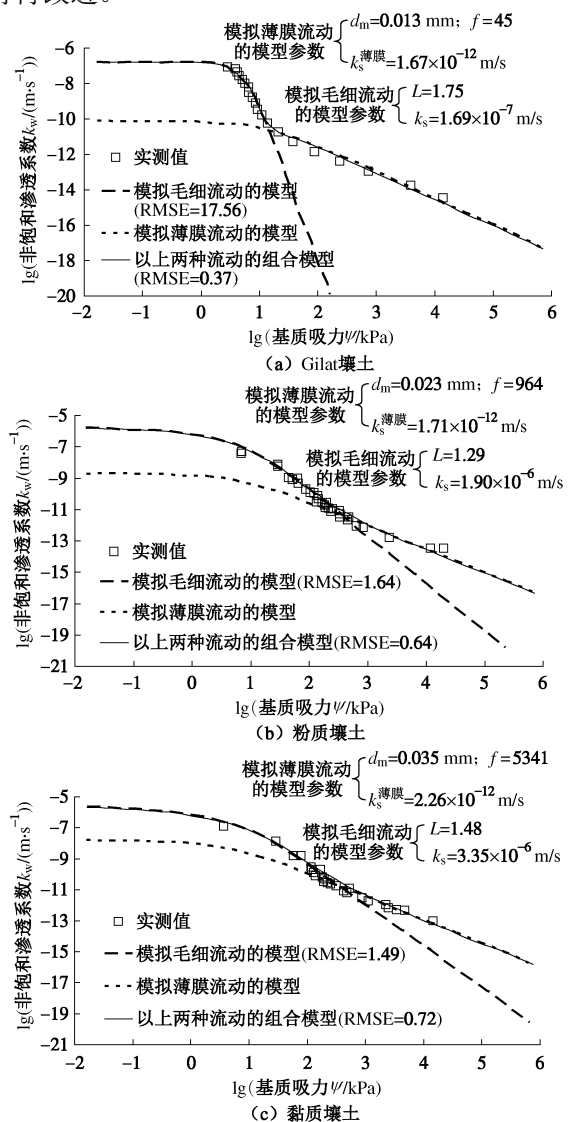
式(12)中的参数定义均同式(10a)~(10c)。故可由式(10b)确定 $k_s^{\text{薄膜}}$, 而修正系数 f 由较低体积含水率内的 k_w 实测数据拟合确定。对 Gilat 壤土、粉质、黏质和砂质壤土, 每组 $k_w(\psi)$ 实测数据均存在毛细流动和薄膜流动间的显著过渡点; 对 Adelanto 和 Pachappa 壤土, 仅有1个可认为是表征薄膜流动的 k_w 实测值(即实测的最小体积含水率对应的 k_w 值)。

如 2.1 节所述, 选择修正或传统的持水模型时, $k_w^{\text{毛细}}$ 与 ψ 的关系均相同。然而, 修正持水模型确定的 $k_w^{\text{毛细}}$ 与 θ_w 的关系与传统持水模型确定的不同, 因为修正模型允许 $\theta_w \leq \theta_r$ 而传统模型不允许。6 种壤土的非饱和渗透系数实测数据与传统、修正(组合)模型的预测曲线如图 4 所示。当 $\psi \leq \psi_c$ 时, 模拟毛细流动的传统和修正模型 $k_w^{\text{毛细}}$ 均与该范围内的 k_w 实测数据较为吻合, 而当 $\psi > \psi_c$ 时, 模拟毛细流动的模型对 k_w 的预测值显著低于实测值。对不同 θ_w 对应的 k_w 实测数据(图 4(e)和(f)), 模拟毛细流动的修正模型比传统模型预测更好。反之, 当土比较干燥时, 基于薄膜流动的模型 $k_w^{\text{薄膜}}$ 与 k_w 的实测数据较为吻合。由此可见, 对模拟毛细和薄膜流动的非饱和渗透系数模型组合可较好地预测全体积含水率范围的 k_w 。譬如, 由图 4(a)可知, 当 $\psi \leq 15$ kPa 时, 模拟毛细流动的模型对 Gilat 壤土的 k_w 实测数据较为吻合, 而当 $\psi > 15$ kPa 时, 模拟薄膜流动的模型对 k_w 实测数据较为吻合, 故 $k_w^{\text{毛细}}$ 模型和 $k_w^{\text{薄膜}}$ 模型的组合对 Gilat 壤土在全基质吸力(或体积含水率)范围的 k_w 实测数据较为吻合。此外, 若将毛细流动和薄膜流动叠加, 则选取模拟毛细流动的传统或修正模型对预测结果影响很小, 然而, 在非饱和和渗透中若未考虑薄膜流动, 则模拟毛细流动的修正模型较传统模型的优势在于该模型允许体积含水率小于残余体积含水率, 可应用于全体积含水率范围。对比粉质、黏质和砂质壤土的预测结果(图 4(b)~(d))发现: 虽然传统持水模型与实测数据较为吻合(图 3(b)~(d)), 但在干燥条件下模拟毛细流动的非饱和渗透模型较 k_w 实测数据的预测显著偏小, 这也表明模拟毛细流动的传统模型存在不足及在较低体积含水率范围内考虑薄膜流动的必要性。

模拟毛细流动的传统模型以及模拟毛细—薄膜流动的

组合模型对 6 种壤土 k_w 实测数据的预测误差亦采用 RMSE 描述(图 4)。对比这 2 种模型的 RMSE 发现: 毛细—薄膜流动组合模型对 Gilat 壤土、粉质、黏质和砂质壤土的 RMSE 较模拟毛细流动的模型减小了 52%~98%。需注意: 模拟毛细流动的传统模型不适用于 $\theta_w \leq \theta_r^{\text{VG}}$ 的范围, 则该模型对 Adelanto 和 Pachappa 壤土的预测误差无法计算, 故代之以模拟毛细流动的修正模型预测误差, 同样, 修正毛细—薄膜流动的组合模型对这 2 种壤土的 RMSE 亦较模拟修正毛细流动的模型大幅减小。

模拟薄膜流动的传统模型参数亦如图 4 所示。由图可知, 式(10b)计算的 $k_s^{\text{薄膜}}$ 在 $(1.67 \sim 2.97) \times 10^{-12}$ m/s 的较小范围内变化, 而拟合确定的修正系数 f 在 54~5341 这 2 个数量级内变化且远大于 1(等径球体颗粒集合体的 f 值), 原因在于土颗粒的形状不规则致使其表面积比球体颗粒大, 且粗糙土颗粒吸附的水膜比光滑球体颗粒厚, 故土颗粒表面积越大且水膜越厚会产生越显著的薄膜流动。需注意: 对 Adelanto 和 Pachappa 壤土仅有 1 个实测值确定 f , 故这种确定方法有待改进。



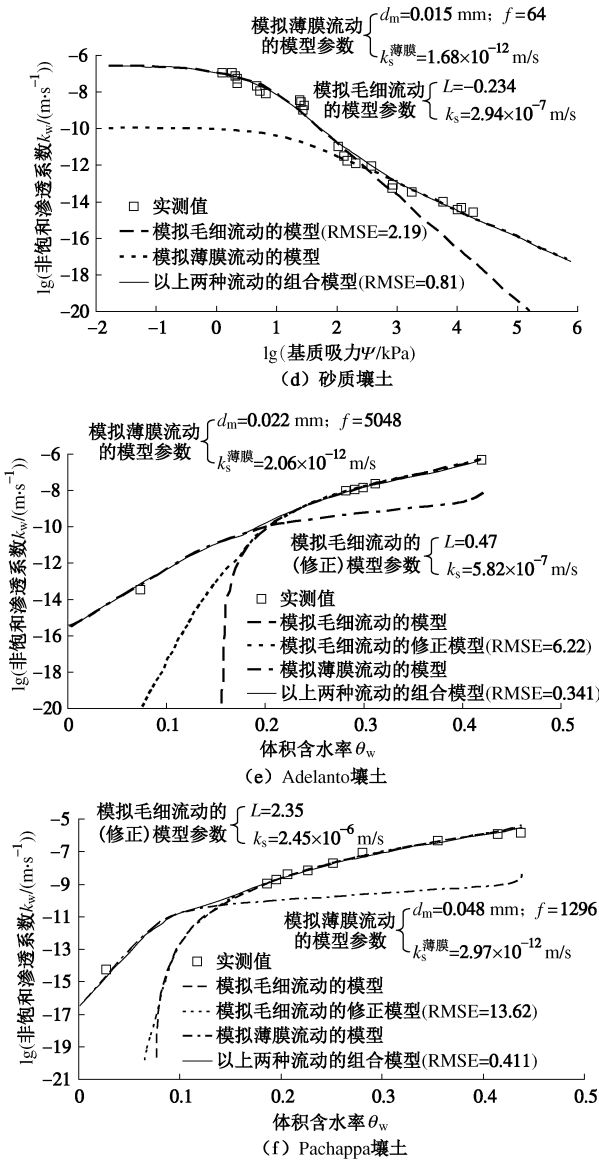


图 4 6 种壤土的非饱和和渗透系数实测数据与传统、修正（组合）模型的预测曲线（实测数据引自文献[36]、[37]和[39]）

Fig. 4 Unsaturation permeability data versus predicted curves by traditional and modified (combined) models for six loams (test data from Literature[36], [37] and [39])

6 种壤土的修正系数 f 与其平均粒径 d_m 的关系如图 5 所示。由图 5 可知, f 随平均粒径 d_m 增大基本呈增大趋势, 这表明用 Tokunaga 等^[38]对等径球体颗

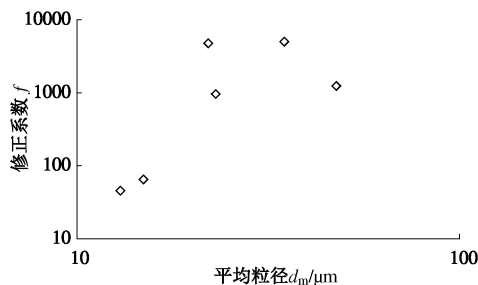


图 5 修正系数 f 与平均粒径 d_m 的关系

Fig. 5 Relation between modified coefficient f and mean grain diameter d_m

粒集合体提出的非饱和和渗透系数模型预测的 $k_w^{薄膜}$ 较 6 种壤土的实测数据偏小, 原因在于自然界中土颗粒一般较为粗糙、不规则, 且颗粒尺寸可能在很小的数量级内变化, 则实际非饱和土中产生薄膜流动所需的颗粒表面积大于等径球体颗粒集合体。

4 结 论

为解决传统的持水及非饱和和渗透系数模型不适用于较低体积含水率范围（低于残余体积含水率）的问题, 将持水曲线分为毛细阶段和吸附阶段, 分别对应毛细流动和薄膜流动, 其分界点的坐标分别称为门槛体积含水率 θ_c 和门槛基质吸力 ψ_c 。得到以下 3 点结论。

(1) 改进 Van Genuchten (VG) 模型（适用于较高体积含水率范围）在较低体积含水率范围的适用性, 分界点 (ψ_c, θ_c) 可由传统 VG 模型的参数确定, 修正与传统的 VG 模型在毛细阶段相同, 在吸附阶段中无需引入新参数, 仅通过引入残余体积含水率与基质吸力的关系建立修正 VG 模型, 使修正 VG 模型在较低体积含水率范围内对持水曲线预测更好。

(2) 通过引入考虑土材料类型的修正系数改进表征等径球体颗粒集合体内薄膜流动的非饱和和渗透系数模型, 并将模拟毛细流动和薄膜流动的渗透系数模型组合描述土的非饱和和渗透特性, 在土的全体积含水率范围内不仅实现了由毛细流动到薄膜流动的光滑过渡, 而且显著改进了对较低体积含水率范围内非饱和和渗透系数的预测。

(3) 利用已有文献中 6 种壤土在较高、较低体积含水率范围内的持水及非饱和和渗透试验结果验证了修正的持水及非饱和和渗透系数模型的准确性, 结果表明: 当土样的 $\theta_r^{VG} = 0.077 \sim 0.158$ 时, 修正 VG 模型较传统 VG 模型对低于 θ_c 的体积含水率范围持水试验结果的预测更好; 当土样的 $\theta_r^{VG} \approx 0$ 时, 传统 VG 模型可满足对该范围持水试验结果的预测精度要求; 修正（组合）非饱和和渗透系数模型较传统非饱和和渗透系数模型对全体积含水率范围内的非饱和和渗透试验结果预测更好。这 2 种适用于全体积含水率范围的修正模型不仅为非饱和土的水力特性研究提供了一条新思路, 而且在非饱和土体的渗流数值模拟研究中具有较强的应用前景。

参考文献:

[1] GARDNER W R. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table[J]. Soil Science, 1958, 85(4): 228 - 232.

- [2] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892 - 898.
- [3] HUANG S Y. Evaluation and laboratory measurement of the coefficient of permeability in deformable, unsaturated soils[D]. Saskatoon: University of Saskatchewan, 1994.
- [4] FREDLUND D G, XING A. Equation for the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(4): 521 - 532.
- [5] KOSUGI K. Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention[J]. Water Resource Research, 1994, **30**(4): 891 - 901.
- [6] KOSUGI K. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties[J]. Water Resource Research, 1996, **32**(9): 2697 - 2703.
- [7] HWANG S I, POWERS S E. Lognormal distribution model for estimating soil water retention curves for sandy soils[J]. Soil Science, 2003, **93**(6): 405 - 412.
- [8] FRYDMAN S, BAKER R. Theoretical soil-water characteristic curves based on adsorption, cavitation, and a double porosity model[J]. International Journal of Gemochanics, 2009, **9**(6): 250 - 257.
- [9] BAKER R, FRYDMAN S. Unsaturated soil mechanics-critical review of physical foundations[J]. Engineering Geology, 2009, **106**(1/2): 26 - 39.
- [10] 栾茂田, 李顺群, 杨庆. 非饱和土的理论土-水特征曲线[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(6): 611 - 615. (LUAN Mao-tian, LI Shun-qun, YANG Qing. Theoretical soil-water characteristic curve for unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(6): 611 - 615. (in Chinese))
- [11] 李顺群. 非饱和土的吸力与强度理论研究及其试验验证[D]. 大连: 大连理工大学, 2006. (LI Shun-qun. Study on suctions and shear strength of unsaturated soils and experimental verification[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese))
- [12] 杨松. 非饱和土的接触角效应及不排气不排水特性研究[D]. 南京: 河海大学, 2011. (YANG Song. Study on the contact angle effect of unsaturated soils and the characteristics of unventilated and undrained[D]. Nanjing: Hohai University, 2011. (in Chinese))
- [13] YANG S, LU T H. Study of soil-water characteristic curve using microscopic spherical particle model[J]. Pedosphere, 2012, **22**(1): 103 - 111.
- [14] 张昭, 刘奉银, 张国平. 均匀湿颗粒材料边界滞回持水曲线的物理模型[J]. 水利学报, 2013, **44**(10): 1165 - 1174. (ZHANG Zhao, LIU Feng-yin, ZHANG Guo-ping. A physical hysteresis boundary water retention model for uniform wet particulate material[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, **44**(10): 1165 - 1174. (in Chinese))
- [15] 张昭, 刘奉银, 赵旭光, 等. 考虑应力引起孔隙比变化的土水特征曲线模型[J]. 水利学报, 2013, **44**(5): 578 - 585. (ZHANG Zhao, LIU Feng-yin, ZHAO Xu-guang, et al. A soil water characteristic curve model considering void ratio variation with stress[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, **44**(5): 578 - 585. (in Chinese))
- [16] 陈正汉. 重塑非饱和黄土的变形、强度、屈服和水量变化特性[J]. 岩土工程学报, 1999, **21**(1): 82 - 90. (CHEN Zheng-han. Deformation, strength, yield and moisture change of a remolded unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, **21**(1): 82 - 90. (in Chinese))
- [17] 黄海, 陈正汉, 李刚. 非饱和土在 $p-s$ 平面上屈服轨迹及土-水特征曲线的探讨[J]. 岩土力学, 2000, **21**(4): 316 - 321. (HUANG Hai, CHEN Zheng-han, LI Gang. A study on yield locus of unsaturated soils on $p-s$ plane and soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, **21**(4): 316 - 321. (in Chinese))
- [18] 方祥位, 陈正汉, 申春妮, 等. 剪切对非饱和土土-水特征曲线影响的探讨[J]. 岩土力学, 2004, **25**(9): 1451 - 1454. (FANG Xiang-wei, CHEN Zheng-han, SHEN Chun-ni, et al. A study on effect of shear on soil-water characteristic curve of an unsaturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(9): 1451 - 1454. (in Chinese))
- [19] FREDLUND M D, WILSON G W, FREDLUND D G. Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, **39**(5): 1103 - 1117.
- [20] AUBERTIN M, MBONIMPA M, BUSSIÈRE B, et al. A model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(6): 1104 - 1122.
- [21] CHIU C F, YAN W M, YUEN K V. Estimation of water retention curve of granular soils from particle-size distribution-a Bayesian probabilistic approach[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2012, **49**(9): 1024 - 1035.
- [22] CAMPBELL G S, SHIOZAWA S. Prediction of hydraulic

- properties of soils using particle-size distribution and bulk density data[C]// International Workshop on Indirect Methods for Estimating the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils. Riverside: University of California, 1992: 317 - 328.
- [23] ROSSI C, NIMMO J R. Modeling of soil water retention from saturation to oven dryness[J]. *Water Resources Research*, 1994, **30**(3): 701 - 708.
- [24] FAYER M J, SIMMONS C S. Modified soil water retention functions for all matric suctions[J]. *Water Resources Research*, 1995, **31**(5): 1233 - 1238.
- [25] KHLOSI M, CORNELIS W M, GABRIELS D, et al. Simple modification to describe the soil water retention curve between saturation and oven dryness[J]. *Water Resources Research*, 2006, **42**(11): W11501.
- [26] LOBOBBEZOO J P, VANAPALLI S K. A simple technique for estimating the coefficient of permeability of unsaturated soils[C]// Proceedings of 55th Canadian Geotechnical Conference. Niagara Falls: Canadian Geotechnical Society, 2002: 1277 - 1284.
- [27] TAIBI S, BICALHO K V, SAYAD-GAIDI C, et al. Measurements of unsaturated hydraulic conductivity functions of two fine-grained materials[J]. *Soils and Foundations*, 2009, **49**(2): 181 - 191.
- [28] 刘奉银, 张 昭, 周 冬. 湿度和密度双变化条件下的非饱和黄土渗气渗水函数[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, **29**(9): 1907 - 1914. (LIU Feng-yin, ZHANG Zhao, ZHOU Dong. Density-saturation-dependent air-water permeability function of unsaturated loess[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, **29**(9): 1907 - 1914. (in Chinese))
- [29] 刘奉银, 张 昭, 周 冬. 湿度和密度双变化条件下的非饱和黄土渗透函数[J]. *水利学报*, 2010, **41**(9): 1054 - 1060. (LIU Feng-yin, ZHANG Zhao, ZHOU Dong. Saturation-density dependent permeability function for unsaturated loess[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2010, **41**(9): 1054 - 1060. (in Chinese))
- [30] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media[J]. *Water Resources Research*, 1976, **12**(3): 513 - 522.
- [31] ZOU Y Z. A macroscopic model for predicting the relative hydraulic permeability of unsaturated soils[J]. *Acta Geotechnica*, 2012, **7**(2): 129 - 137.
- [32] 徐永福, 黄寅春. 分形理论在研究非饱和土力学性质中的应用[J]. *岩土工程学报*, 2006, **28**(5): 635 - 638. (XU Yong-fu, HUANG Yin-chun. Fractal-textured soils and their unsaturated mechanical properties[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2006, **28**(5): 635 - 638. (in Chinese))
- [33] CIHAN A, TYNER J S, PERFECT E. Predicting relative permeability from water retention: a direct approach based on fractal geometry[J]. *Water Resources Research*, 2009, **45**(4): W04404.
- [34] DOUSSAN C, RUY S. Prediction of unsaturated soil hydraulic conductivity with electrical conductivity[J]. *Water Resources Research*, 2009, **45**(10): W10408.
- [35] TOKUNAGA T K. Physicochemical controls on absorbed water film thickness in unsaturated geological media[J]. *Water Resources Research*, 2011, **47**(8): W08514.
- [36] TULLER M, OR D. Hydraulic conductivity of variably saturated porous media: Film and corner flow in angular pore space[J]. *Water Resources Research*, 2001, **37**(5): 1257 - 1276.
- [37] PETERS A, DURNER W. A simple model for describing hydraulic conductivity in unsaturated porous media accounting for film and capillary flow[J]. *Water Resources Research*, 2008, **44**(11): W11417.
- [38] TOKUNAGA T K. Hydraulic properties of adsorbed water films in unsaturated porous media[J]. *Water Resources Research*, 2009, **45**(6): W06415.
- [39] JACKSON R D, VAN BAVEL C H M, REGINATO R J. Comparison of measured and calculated hydraulic conductivities of unsaturated soils[J]. *Water Resources Research*, 1965, **1**(3): 375 - 380.
- [40] CARMAN P C. Fluid flow through granular beds[J]. *Chemical Engineering Research and Design*, 1997, **75**(S0): 32 - 48.